

۱۹ / ۱۰ / ۸۷

نام درس: آمار و احتمال (۱)

رشته تجميع: گرايش: رياضی (محض و کاربردی) - علوم کامپيوتر

کلاس: رياضی: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپيوتر: ۱۱۱۷۰۲۷

تعداد سوال: ۲۰ تکمیلی - تئوری ۵
زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تئوری ۶۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۴

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف. $\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}$ ب. $\binom{n}{r} = \frac{(n-r)(n-1)!}{r!(n-r)!}$

ج. $\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}$ د. $\binom{n}{r} = \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$

۲. اگر A, B دو پيشامد باشند به طوری که $P(A \cap B) = \frac{5}{100}$, $P(A \cap \bar{B}) = \frac{45}{100}$, $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{10}$

آنگاه $(\bar{A} \text{ مكمّل } A)$

الف. $P(B|\bar{A}) = 0.1$, $P(A|B) = 0.2$, $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}$

ب. $P(A|B) = 0.2$, $P(B|A) = 0.1$, $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}$

ج. $P(A|B) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = 0.1$, $P(B|\bar{A}) = 0.2$

د. $P(B|A) = 0.2$, $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = 0.1$

۳. می‌خواهیم یک گروه علمی ۵ نفری متشکل از ۵ دانشجوی رشته ریاضی و ۳ دانشجوی رشته علوم کامپيوتر تشکیل دهیم. احتمال این که در این گروه علمی ۲ دانشجوی کامپيوتر و ۳ دانشجوی ریاضی شرکت داشته باشند، برابر است با:

الف. $\frac{12}{56}$ ب. $\frac{5}{28}$ ج. $\frac{1}{56}$ د. $\frac{15}{28}$

۴. اگر برای پيشامدهای A, B از S داشته باشیم: $P(B) = 0.9$, $P(A|B) = 0.2$, $P(A|\bar{B}) = 0.7$ آنگاه $P(A)$ برابر است با:

الف. 0.25 ب. 0.75 ج. 0.15 د. 0.85

۵. اگر A, B دو پيشامد مستقل باشند، کدامیک از گزاره‌های زیر صحيح است؟

الف. $P(A \cap \bar{B}) = 0$ ب. $P(A - B) = P(A) P(\bar{B})$

ج. $P(A - B) = P(A) - P(B)$ د. $P(A \cap B) = 0$



۶. X متغیری تصادفی با میانگین ۱۰ و واریانس یک است. احتمال این که X بین ۸ و ۱۲ قرار گیرد برابر است با: (حداقل مقدار)

الف. 0.75 ب. 0.85 ج. 0.90 د. 0.94

۷. در یک توزیع دو جمله‌ای، میانگین تعداد موفقیت‌ها در n آزمایش برابر ۷ و انحراف معیار ۲ است. احتمال اینکه تعداد موفقیت‌ها حداقل برابر یک باشد، برابر است با:

الف. $\frac{v^n - p^n}{p^n}$ ب. $\frac{p^n - v^n}{p^n}$ ج. $\left(\frac{p}{v}\right)^n$ د. $\frac{v^n - p^n}{v^n}$

۸. X دارای توزیع پواسن می‌باشد به طوری که $P(X=1) = P(X=2)$. در این صورت $P(X=3)$ برابر است با:

الف. e^{-1} ب. pe^{-2} ج. e^{-2} د. قابل محاسبه نیست.

۹. سه سکه ممکن را پرتاب می‌کنیم. احتمال این که در پنجمین مرتبه از تکرار این عمل، برای دومین بار، سه شیر یا سه خط به دست آوریم عبارت است از:

الف. $\frac{1}{16}$ ب. $\frac{9}{16}$ ج. $\frac{27}{256}$ د. $\frac{135}{512}$

۱۰. اگر X دارای توزیع پواسن با پارامتر θ باشد، آنگاه $E(X(X+1))$ برابر است با:

الف. $\theta + \theta^2$ ب. $\theta + 2\theta^2$ ج. $2\theta + \theta^2$ د. $2\theta - \theta^2$

۱۱. در صورتی که X, Y مستقل و $X \sim N(1, (\sqrt{2})^2)$, $Y \sim N(2, 2^2)$ آنگاه $\text{var}(XY+2)$ برابر است با:

الف. ۱۲ ب. ۱۶ ج. ۲۰ د. ۲۴

۱۲. تابع چگالی احتمال توأم Y, X عبارت است از: $f(x, y) = \begin{cases} k e^{-x} \cdot e^{-y}, & 0 \leq y \leq x < \infty \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$ در این

صورت ضریب k برابر است با:

الف. ۲ ب. $\frac{3}{2}$ ج. ۱ د. $\frac{1}{2}$

۱۳. تابع چگالی $f(x, y) = ve^{-(x+y)}$, $x > 0, y > 0$ توزیع حاشیه‌ای $f(x)$ عبارت است از:

الف. $e^{-x}, x > 0$ ب. $e^{-y}, y > 0$

ج. $xe^{-x}, x > 0$ د. $ve^{-x}, x > 0$

۱۴. متغیر تصادفی X با میانگین یک و واریانس ۲ مفروض است در این صورت برای مقادیر

$a = E[(X-1)^2]$, $b = E[(X-2)^2]$, $c = E(X^2)$ کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف. $c < a < b$ ب. $a < b < c$

ج. $a < c < b$ د. $b < a < c$

۲

نام برهنه آمار و احتمال (۱)

تعداد سؤالات: فني ۲۰ تکنيکي - تئوري ۵

رشته تجميع: گويش: رياضي (محض و کاربردي) - علوم کامپيوتر زمان امتحان: تئوري و تکنيکي ۶۰ دقيقه تئوري ۶۰ دقيقه

کلاس: رياضي: ۱۱۱۷۰۲۰ - علوم کامپيوتر: ۱۱۱۷۰۲۷ تعداد کل صفحات: ۴

سؤالات تشريحي

الف. اگر $\{B_1, B_2, \dots, B_k\}$ افرازي از فضاي نمونه S ، $P(B_i) > 0$ ، $i=1, \dots, k$ باشد ثابت کنيد براي هر $i=1, \dots, k$

ديگري مانند A از S داريم:

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(A|B_i)P(B_i)$$

ب. ثابت کنيد احتمالهاي شرطي در سه اصل موضوع احتمال صادق اند.

۲ فرض کنيد تابع چگالي توأم متغيرهاي تصادفي Y, X به صورت زير باشد:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^{-1}, & 0 < y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{سايير جاها} \end{cases}$$

الف. کوواريانس Y, X را بيابيد.

ب. واريانسهاي Y, X را محاسبه کنيد.

۷ الف. براي تابع چگالي توأم Y, X زير، اميد رياضي X را بيابيد.

$$f(x, y) = \begin{cases} \binom{x}{y} \left(\frac{1}{y}\right)^x \left(\frac{x}{15}\right)^{15-x}, & x=1, 2, 3, 4, 5, y=0, 1, \dots, x \\ 0, & \text{سايير جاها} \end{cases}$$

ب. فرض کنيد X_1, X_2 دو متغير تصادفي مستقل با ميانگينهاي يك و واريانسهاي يك باشند، واريانس $X_1 \times X_2$ را بيابيد.

۴ تابع مولد گشتاورهاي توزيع گاما را محاسبه نموده و با استفاده از آن مقادير μ'_1, μ'_2 و σ^2 را براي اين توزيع به دست آوريد.

۵ متغير تصادفي X داراي تابع چگالي $f(x) = \frac{x^n}{n!} e^{-x}$ ، $x \geq 0$ است با استفاده از قضيه چي بيشف مقدار

$P(0 < X < n+1)$ را بيابيد.

۳۴

۱۵. اگر متغير تصادفي X داراي توزيع $N(1, 1)$ با تابع مولد گشتاورهاي $M_X(t) = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$ باشد، واريانس e^X برابر است با:

- الف. $e-1$ ب. e^3 ج. $e(e^3-1)$ د. $e^3(e-1)$

۱۶. اگر متغيرهاي تصادفي Y, X داراي تابع چگالي توأم زير باشند:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq X \leq Y \leq 1 \\ 0, & \text{جاي ديگر} \end{cases}$$

صورت کدام رابطه صحيح است؟

الف. Y, X مستقل اند.

ب. $P(X < Y) = 1$

ج. $P(X < Y) = \frac{1}{2}$

د. $P(X > Y) = \frac{1}{2}$

۱۷. توزيع احتمال توأم دو متغير تصادفي Y, X مطابق جدول زير است. کوواريانس Y, X کدام است؟

$X \backslash Y$	۱	۲
۰	-۰/۳	-۰/۲
۱	-۰/۳	-۰/۱

- الف. -0.2 ب. -0.22 ج. 0.2 د. -0.23

۱۸. توزيعهاي حاشيهاي Y, X عبارتند از:

x	۰	۱
$f_1(x)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

y	۱	۲
$f_2(y)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

و نيز مي دانيم که $f(x=1, y=1) = \frac{1}{6}$ در اين صورت، واريانس $Z = 3x + y - 12$ برابر است با:

- الف. $\frac{93}{16}$ ب. $\frac{19}{16}$ ج. $\frac{3}{16}$ د. $\frac{9}{16}$

۱۹. توزيع متغير تصادفي X به صورت زير است:

$$f(x) = \binom{10}{x} \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{1}{3}\right)^{10-x}, \quad x=0, 1, 2, \dots, 10$$

- الف. ۲۶ درصد ب. ۲۲/۲۶ درصد ج. ۲۵/۲۲ درصد د. ۲۲ درصد

۲۰ در منحنی هائی که دارای کشیدگی به سمت چپ می باشند، کدام مورد صادق است؟

- الف. میانه > میانگین > مد
ب. میانه < میانگین < مد
ج. میانگین > میانه > مد
د. میانگین < میانه < مد



۳۴