

نام درس: روش‌های محاسبات عددی
رشته تحصیلی / گد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۱۵۰۷۵) - بخش صنایع (۱۱۱۵۱۷۹)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر a و b به ترتیب تقریب‌هایی از A و B و این اعداد جملگی مثبت باشند، آنگاه

الف. $E(a.b) \leq E(a) + E(b)$ ب. $E(a.b) \leq aE(b) + bE(a)$

ج. $\delta(a.b) \leq a\delta(b) + b\delta(a)$ د. $\delta(a+b) \leq a\delta(b) + b\delta(a)$

۲. فرض کنید $u = \frac{5xy^2}{z^3}$ ، اگر x, y و z با خطای 0.001 برابر 1 محاسبه شده باشند، ماکزیم خطای نسبی در محاسبه u چقدر است؟

الف. 0.006 ب. 0.06 ج. 0.03 د. 0.003

۳. اگر α ریشه ساده معادله $x = \phi(x)$ ، $\phi'(\alpha) = 0$ باشد. آنگاه مرتبه همگرایی روش تکرار ساده (نقطه ثابت) عبارت است از:

الف. 1 ب. حداقل 1 ج. 2 د. حداقل 2

۴. تعداد ریشه‌های حقیقی معادله $e^x - x - 2 = 0$ کدام است؟

الف. 0 ب. 1 ج. 2 د. 3

۵. معادله $f(x) = x^6 + 4x^2 - 11 = 0$ در فاصله $[1, 2]$ مفروض است. حدوداً چند تکرار لازم است که با استفاده از روش دو بخشی یکی از ریشه‌های معادله فوق در فاصله تعیین شده با دقت 10^{-7} محاسبه گردد؟

الف. 23 تکرار ب. 6 تکرار ج. 26 تکرار د. 20 تکرار

۶. شرط همگرایی روش نیوتن رافسون برای حل معادله $f(x) = 0$ در نقطه شروع x_0 با کدام گزینه برابر است؟

الف. $\left| \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \right| < 1$ ب. $|f(x_0)f''(x_0)| < f'^2(x_0)$

ج. $|f(x_0)f'(x_0)| < 1$ د. $|f(x_0)f'(x_0)| < f''(x_0)$

نام درس: روش‌های محاسبات عددی
رشته تحصیلی / گد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۱۵۰۷۵) - بخش صنایع (۱۱۱۵۱۷۹)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۷. کدامیک از روابط زیر برای عملگرهای تفاضلی صحیح است؟

الف. $\delta^2 = (1 + \Delta)\delta^2$ ب. $\Delta^2 = (1 + \Delta)\delta^2$ ج. $\nabla = 1 - (1 + \Delta)^{-1}$ د. هر سه مورد

۸. مقادیر جدول زیر از تابع $f(x)$ استخراج شده است. مقدار تابع به ازای $x = 2$ کدام است؟

x	۰	۱	۳	۶	۱۰
$f(x)$	۱	-۶	۴	۱۶۹	۹۲۱

الف. ۶ ب. -۷ ج. -۸ د. -۵/۵

۹. روش سیمپسون در محاسبه انتگرال به روش عددی برای چه توابعی دقیق است؟

الف. توابع مثلثاتی ب. توابع پیوسته

ج. توابع چند جمله‌ای با درجه حداکثر ۳ د. توابع چند جمله‌ای با درجه حداکثر ۴

۱۰. در محاسبه انتگرال $\int_0^1 x \sin x dx$ به روش نوزنقه، حداقل تعداد بازه‌ها چقدر باشد تا خطای حاصل از روش کوچکتر از

10^{-2} باشد؟

الف. ۲ ب. ۵ ج. ۱۰ د. ۱۵

۱۱. اگر $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ یک چند جمله‌ای از درجه n باشد، آنگاه تعداد محاسبات عمل ضرب در روش

هورنر برای محاسبه $p''(\bar{x})$ چقدر است؟

الف. $3n - 3$ ب. $2n - 2$ ج. $2n - 3$ د. $3n - 2$

نام درس: روش‌های محاسبات عددی
رشته تحصیلی / گد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۱۵۰۷۵) - بخش صنایع (۱۱۱۵۱۷۹)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۲. فرمول روش تیلور مرتبه دوم برای حل مسأله معادله دیفرانسیل مرتبه اول $\begin{cases} y' + y = t + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ با فرض $h = 0.5$ کدام

است؟

الف. $y_{n+1} = \frac{3}{2}y_n + \frac{1}{2}t_n + \frac{1}{2}$ ب. $y_{n+1} = \frac{1}{2}y_n + \frac{1}{2}t_n + \frac{1}{2}$

ج. $y_{n+1} = \frac{3}{8}y_n + \frac{5}{8}t_n + \frac{1}{2}$ د. $y_{n+1} = \frac{5}{8}y_n + \frac{3}{8}t_n + \frac{1}{2}$

۱۳. مقادیر ویژه ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. $2i, 1 \pm i$ ب. $3i, 2 \pm 2i$ ج. $i, 1 \pm i$ د. هیچکدام

۱۴. اگر مقادیر ویژه ماتریس A مقادیر -1 ، صفر و 3 باشد، در این صورت مقادیر ویژه A^{-1} کدام است؟

الف. $1, 0, \frac{1}{3}$ ب. $-1, \infty, \frac{1}{3}$ ج. $1, 0, -3$ د. هیچکدام

۱۵. در صورتی که $\sum_{i=1}^n x_i = 20$ ، $\sum_{i=1}^n y_i = 37$ ، $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 92$ ، $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 25$ باشد، آنگاه خط کمترین مربعات عبارت است

از:

الف. $y = -1.523x + 9.561$ ب. $y = -1.609x + 9.924$

ج. $y = -1.607x + 8.642$ د. $y = -0.216x + 6.321$

۱۶. ماتریس $A = \{a_{ij}\}$ داده شده است. اگر $\sum_{i \neq j} |a_{ij}| > |a_{ii}|$ باشد. آنگاه

الف. ماتریس A معکوس پذیر است. ب. ماتریس A منفرد است.

ج. دستگاه $AX = b$ جواب ندارد. د. دستگاه $AX = b$ بی نهایت جواب دارد.

نام درس: روش‌های محاسبات عددی
رشته تحصیلی / گد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۱۵۰۷۵) - بخش صنایع (۱۱۱۵۱۷۹)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۷. معادله مشخصه ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. $\lambda^3 + 3\lambda + 4 = 0$ ب. $\lambda^3 - 4\lambda + 3 = 0$

ج. $\lambda^3 - 4\lambda^2 + 4\lambda - 5 = 0$ د. $\lambda^3 - 5\lambda^2 - 4 = 0$

۱۸. اگر $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ نقطه آغاز باشد، جواب دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -5 \end{cases}$ به روش گوس - سایدل پس از دو تکرار چقدر است؟

الف. $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 4$ ب. $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = 1$

ج. $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2$ د. $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$

۱۹. از کدام روش زیر می‌توان برای محاسبه ماتریس معکوس استفاده کرد؟

الف. ژاکوبی ب. حذفی گوس ج. گوس جردن د. گوس سایدل

۲۰. با استفاده از قانون نوزنقه و طول گام $h = 0.5$ مقدار انتگرال $\int_0^1 (x^3 + 2x) dx$ چقدر است؟

الف. $1/21.25$ ب. $1/25.75$ ج. $1/31.25$ د. $1/5$

نام درس: روش‌های محاسبات عددی
رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (۱۱۱۵۰۷۵) - بخش صنایع (۱۱۱۵۱۷۹)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره می‌باشد.

۱. نشان دهید معادله $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف یک است. سپس با انتخاب $x_0 = 0$ تقریبی از ریشه مورد نظر را به روش نیوتن تعمیم یافته به دست آورید. (دو تکرار کافی است).

۲. با استفاده از درونیابی لاگرانژ تابع $\frac{x^2 + 6x + 1}{(x-1)(x+1)(x-4)(x-6)}$ را به صورت جمع جبری کسرهای جزئی بنویسید.

۳. در حل انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx$ به کمک روش سیمپسون فاصله $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ را حداقل به چند قسمت مساوی تقسیم کنیم تا خطای

جواب به دست آمده تا دقت چهار رقم اعشار درست باشد؟ سپس انتگرال مزبور را با انتخاب $h = \frac{\pi}{4}$ به روش سیمپسون حل کنید.

۴. معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y' = 4e^{0.8x} - 0.5y \\ y(0) = 2 \end{cases}$ را با انتخاب $h = 0.5$ در $x = 0.5$ به روش رونگه کوتای مرتبه ۲ حل کنید.

۵. با انجام تغییرات لازم در دستگاه معادلات خطی زیر آن را به روش گاوس سایدل با انجام سه تکرار چنان حل کنید که دنباله حاصل همگرا به جواب واقعی دستگاه معادلات باشد.

$$\begin{cases} -4x + 12y - 6z = 0 \\ -7x - 4y = 12 \\ -6y + 14z = 0 \end{cases}$$



نام درس:
 کد درس: ۱۱۱۵۷۵ - ۱۱۱۸۱۷۹
 رشته تحصیلی - گرایش: کامپیوتر صنعتی (معماری) - پیوسته
 مقطع: سال تحصیلی: ۹۹-۹۸ نیمسال: اول دوم ترم تابستان تاریخ آزمون: ۱۱/۱۱/۹۸ بارم: ۲۰ شماره نامه: ۲

سوال اول: قرار دهیم $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 1$ داریم $f'(x) = 3x^2 - 4x - 1$ و $f'(1) = f'(2) = 0$ (نقطه سرج)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{قرار دهیم}$$

$$x_0 = 5 \rightarrow x_1 = 0 - \frac{2}{-1} = 2 \rightarrow x_2 = 1.4217 \rightarrow x_3 = 1.1587$$

$$x_3 = 1.1587$$

$$f(x) = x^2 + 7x + 1$$

x	1	-1	ε	γ
f	8	-5	ε1	γ3

سوال دوم:

$$L_0(x) = \frac{(x+1)(x-ε)(x-γ)}{(2)(-3)(-5)} = \frac{-1}{30} (x+1)(x-ε)(x-γ)$$

$$L_1(x) = \frac{(x+1)(x-ε)(x-γ)}{(-2)(-5)(-7)} = \frac{1}{70} (x+1)(x-ε)(x-γ)$$

$$L_2(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x-ε)}{(3)(5)(-2)} = \frac{-1}{30} (x^2-1)(x-ε)$$

$$L_3(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x-ε)}{Δxγx^3} = \frac{1}{1.5} (x^2-1)(x-ε)$$

$$x^2 + 7x + 1 = \frac{-1}{30} (x+1)(x-ε)(x-γ) + \frac{-5}{70} (x-1)(x-ε)(x-γ)$$

$$+ \frac{-ε1}{30} (x^2-1)(x-ε) + \frac{γC}{1.5} (x^2-1)(x-ε)$$

$$\frac{x^2 + 7x + 1}{(x+1)(x+1)(x-ε)(x-γ)} = \frac{-1}{30} \frac{1}{x-1} - \frac{5}{70} \frac{1}{x+1} - \frac{ε1}{30} \frac{1}{x-ε} + \frac{γC}{1.5} \frac{1}{x-γ}$$



نام درس: حساب عددی
 کد درس: ۱۱۱۵۰۷۵ - ۱۱۱۵۱۷۹
 رشته تحصیلی - گرایش: کامپیوتر - صنایع (مهندسی) - مهندسی
 مقطع: کارشناسی سال تحصیلی: ۸۹-۹۰ نیمسال: اول دوم ترم تابستان تاریخ آزمون: ۲، ۱۱ بارم: ۱۰ هر سوال ۲ نمره

$$|ESch| < \frac{(b-a)h^2 M_f}{12} \rightarrow h < \sqrt{\frac{12 \cdot 0.001 \cdot 10^{-5}}{(10^{-2} - 0) M_f}}$$

$$f(x) = \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \rightarrow f'(x) = +\sin 2x \rightarrow f''(x) = 2\cos 2x \rightarrow f'''(x) = -4\sin 2x$$

$$f''(x) = -4\sin 2x \rightarrow M_f = 4$$

$$h < \sqrt{\frac{12 \cdot 0.001 \cdot 10^{-5}}{(10^{-2} - 0) \cdot 4}} = 0.190891 \rightarrow n_1 = \frac{\pi - 0}{0.190891} \approx 9.7 \rightarrow \boxed{N=10}$$

$$S(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \left[f(0) + 4f(\frac{\pi}{2}) + f(\pi) \right] = \frac{\pi}{2} [0 + 4 \cdot 1 + 0] = 2\pi$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} (k_1 + k_2)$$

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + h, y_n + k_1)$$

$$f(x, y) = e^{-1.1x} - 1.5y$$

$$y_0 = 2 \rightarrow k_1 = \frac{1}{2} (e^{-1.1 \cdot 0} - 1.5 \cdot 2) = -1.5$$

$$x_0 = 0 \rightarrow k_2 = \frac{1}{2} (e^{-1.1 \cdot 0.5} - 1.5 \cdot (2 - 1.5)) = 1.98462$$

$$y_1 = 2 + \frac{1}{2} (-1.5 + 1.98462) = 2.24231$$

$$x^{(k+1)} = \frac{12 + \epsilon y^{(k)}}{-7}, \quad y^{(k+1)} = \frac{2x^{(k)} + \epsilon x^{(k+1)}}{12}, \quad z^{(k+1)} = \frac{2y^{(k)}}{12}$$

$$X^{(0)} = \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} \rightarrow X^{(1)} = \begin{pmatrix} -1.171529 \\ -1.081523 \\ -1.244890 \end{pmatrix} \rightarrow X^{(2)} = \begin{pmatrix} -1.011165 \\ -1.081523 \\ -1.011165 \end{pmatrix}$$

$$X^{(3)} = \begin{pmatrix} -1.011165 \\ -1.081523 \\ -1.011165 \end{pmatrix}$$

محاسبات عددی ترم اول ۹۰_۸۹

ب	1
الف	2
د	3
ج	4
الف	5
ب	6
د	7
ب	8
ج	9
ب	10
الف	11
د	12
د	13
د	14
ج	15
الف	16
ج	17
ب	18
ج	19
ج	20