



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (استی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (ک)

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۱. اگر  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد چگالی  $|X|$  کدام است؟

ب.  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  ;  $0 < x < \infty$

الف.  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  ;  $0 < x$

د.  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  ;  $-\infty < x < \infty$

ج.  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$  ;  $-\infty < x < +\infty$

۲. فرض کنید  $X$  دارای توزیع یکنواخت در بازه  $(0, 2\pi)$  باشد تابع چگالی احتمال  $Y = \sin^2 X$  کدام است؟

ب.  $\frac{1}{\pi\sqrt{y(1-y)}}$

الف.  $\frac{1}{\sqrt{y(1-y)}}$

د.  $\frac{1}{\pi\sqrt{1-y}}$

ج.  $\frac{1}{y\sqrt{\pi(1-y)}}$

۳. تابع چگالی توأم دو متغیر تصادفی  $Y, X$  عبارت است از  $f(x, y) = e^{-(x+y)}$

تابع چگالی  $T = \frac{X}{Y}$  کدام است؟

ب.  $(1+t)^2$

الف.  $\frac{1}{(1+t)^2}$

د.  $\frac{1}{1+t}$

ج.  $(1+t)$

۴. اگر چگالی احتمال  $X_1, X_2, X_3$  به صورت  $f(x_1, x_2, x_3) \begin{cases} e^{-(x_1+x_2+x_3)} & x_i > 0 \\ 0 & o.w \end{cases}$  باشد توزیع چگالی

$Y = X_1 + X_2 + X_3$  کدام است؟

د. گاما

ج. توزیع F

ب. کی دو

الف. نرمال



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (ستدی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (ک)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

۵. اگر  $X_S, X_R, r$  آمین و  $S$  آمین، متغیرهای تصادفی به اندازه  $n$  باشند که از جامعه متناهی به اندازه  $n$  استخراج شده اند آن گاه  $CoV(X_R, X_S)$  کدام است؟

الف.  $\frac{\sigma^2}{N}$       ب.  $\frac{\sigma^2}{N-1}$       ج.  $\frac{-\sigma^2}{N-1}$       د.  $-\frac{\sigma^2}{N+1}$

۶. اگر  $\bar{X}$  میانگین نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای متناهی به اندازه  $N$  با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد آنگاه  $Var(\bar{X})$  کدام است؟

الف.  $\frac{\sigma^2}{n}$       ب.  $\frac{N-n}{N-n} \sigma^2$

ج.  $\frac{N-n}{N-n} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$       د.  $\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$

۷. با استفاده از خواص توزیع  $F$  مقدار  $F_{1-\alpha}(V_1, V_2)$  کدام است؟

الف.  $F_{\alpha}(V_2, V_1)$       ب.  $\frac{1}{F_{\alpha}(V_2, V_1)}$

ج.  $\frac{1}{F_{\alpha}(V_1, V_2)}$       د.  $F_{1-\alpha}(V_2, V_1)$



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (سستی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (کا)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۸. اگر  $\sigma^2$  مقدار واریانس نمونه‌ای از جامعه‌ای نرمال با اندازه  $n$  باشد فاصله اطمینان برای  $\sigma^2$  کدام است؟

الف.  $\frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$  ب.  $\frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$

ج.  $\frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$  د.  $\frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$

۹. اگر  $X_1, X_2, X_3$  متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد باشند و  $y = \sum_{i=1}^3 X_i^2$  آن گاه  $M_y(t)$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{(1-3t)^2}$  ب.  $\frac{1}{(1-2t)^2}$  ج.  $\frac{1}{(1-3t)^3}$  د.  $\frac{3}{(1-2t)^2}$

۱۰. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی به حجم  $n$  از جامعه نرمال باشد برآورد درست‌نمایی ماکزیمم توام پارامتر  $\sigma^2$  کدام است؟

الف.  $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$  ب.  $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X})^2}{n-1}$

ج.  $\frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$  د.  $\frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

۱۱. اگر  $\theta'$  برآورد سازگار برای  $\theta$  باشد آن گاه به ازای هر  $c > 0$ :

الف.  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta' - \theta| < c) = 0$  ب.  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta' - \theta| > c) = 0$

ج.  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta - \theta'| < c) = 0$  د.  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta' - \theta| > c) = 1$



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (سستی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (کا)

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۲. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای با توزیع یکنواخت بر بازه  $(\theta, \infty)$  باشد در اینصورت مقدار  $k$  چقدر باشد تا  $k\bar{X}$  یک برآورد گر نااریب برای  $\theta$  باشد؟

د. ۱

ج.  $\frac{1}{4}$ 

ب. ۲

الف. ۴

۱۳. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f_x(x, \theta)$  باشد که در آن  $x \geq \theta$   $f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}$  در اینصورت برآورد حداکثر درست‌نمایی  $\theta$  کدام است؟

د.  $\max_{i=1}^n X_i$ ج.  $\min_{i=1}^n X_i$ ب.  $\sum_{i=1}^n X_i$ الف.  $\bar{X}$ 

۱۴. برای برآورد نسبت، حجم نمونه را چقدر فرض کنیم تا بتوان ۹۵ درصد حکم کنیم که قدر مطلق خطا کمتر از ۰/۰۲ می باشد؟

$$(Z_{0.025} = 2)$$

د. ۱۲۵

ج. ۲۵۰۰

ب. ۲۵۰

الف. ۲۵

۱۵. کدام گزینه نادرست است؟

الف. رد فرض  $H_0$  وقتی  $H_0$  درست است خطای نوع اول است.ب. رد فرض  $H_0$  وقتی  $H_0$  نادرست است خطای نوع اول است.ج. قبول فرض  $H_0$  وقتی  $H_0$  نادرست است خطای نوع دوم است.د. رد فرض  $H_1$  وقتی  $H_1$  درست است خطای نوع دوم نامیده می شود.



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (سستی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (کا)

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۶. کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف. برای  $n$  بزرگ  $2Ln\lambda -$  به توزیع کی دو با یک درجه آزادی میل می کند.

ب. اگر  $H_0$  فرض ساده ای باشد در آزمون نسبت در درستنمائی  $k$  طوری است که اندازه ناحیه بحرانی  $\beta$  است.

$$\pi(\theta) = \beta(\theta)$$

ج. تابع توان عبارت است از  $\theta \in \Theta_1$

د. هرگاه  $P -$  مقدار کمتر از مقدار  $\alpha$  باشد فرض  $H_0$  پذیرفته می شود.

۱۷. برای آزمون فرض برابری  $k$  جامعه دو جمله ای با پارامترهای  $\theta_1, n_1, \theta_2, n_2, \dots, \theta_k, n_k$  وقتی پارامتر جامعه مجهول

می باشد برآورد  $\theta$  کدام است؟

$$\frac{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_K}{K} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^K X_i}{\sum_{i=1}^K n_i} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{K \sum_{i=1}^K \theta_i}{n} \quad \text{د.}$$

$$\frac{n \sum_{i=1}^K \theta_i}{K} \quad \text{ج.}$$

۱۸. فرض کنید  $Y, X$  متغیرهای تصادفی توام با چگالی  $f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)} & x > 0 \\ & y > 0 \\ & 0 \end{cases}$  باشد معادله رگرسیون  $y$   $x$  را در جاهای خالی

روی  $x$  کدام است؟

$$e^{-x} \quad \text{د.}$$

$$xe^{-xy} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{1}{y} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{1}{x} \quad \text{الف.}$$



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (ستدی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (کا)

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۹. با فرض  $n = 10$ ،  $\sum x_i = 100$ ،  $\sum x_i^2 = 1376$ ،  $\sum y_i = 564$ ،  $\sum x_i y_i = 6945$  مقدار  $\hat{\beta}$  در معادله خط

رگرسیونی کدام است؟

- الف.  $+ 21/69$       ب.  $- 21/69$       ج.  $+ 3/471$       د.  $- 3/471$

۲۰. از دو نمونه‌ای تصادفی مستقل از جوامع نرمال با واریانسهای مشترک اطلاعات زیر داده شده است. برآورد ادغامی انحراف

$$n_1 = 4 \quad S_1 = 31$$

$$n_2 = 4 \quad S_2 = 26$$

استاندارد کدام است؟

- الف.  $28/609$       ب.  $818/5$       ج.  $256/12$       د.  $4/25$

### سوالات تشریحی

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & 0 < x_1 < 1 \\ & 0 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۱. اگر چگالی توام  $X_1, X_2$  به صورت

باشد مطلوب است چگالی: الف.  $Y = X_1 + X_2$       ب.  $Z = X_1 \times X_2$



زمان آزمون

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۷۰۲۱، علوم کامپیوتر (تستی، تجمیع) ۱۱۱۷۰۷۸، آموزش ریاضی (کا

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۲. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی  $n$  از جامعه‌ای یکنواخت

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 1 & \theta - \frac{1}{2} < x < \theta + \frac{1}{2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

باشد. آماره بسنده، و برآورد درست‌نمایی ماکسیمم برای  $\theta$  را بیابید.۳. نشان دهید  $S_p^2$  (واریانس ادغام مربع انحراف از میانگین دو نمونه از جامعه نرمال با واریانسهای نامعلوم ولی برابر) یکبرآورد کننده نااریب برای  $\sigma^2$  است و تحت شرایط مطلوب واریانس آن را محاسبه کنید.۴. می‌خواهیم نمونه‌ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه‌ای نرمال با  $\sigma^2 = 1$  استفاده کرده و فرض صفر  $\mu = \mu_0$  را در برابرمقابل  $\mu = \mu_1$  با  $\mu_1 > \mu_0$  آزمون کنیم. با استفاده از لم نیمین پیرسون تواناترین ناحیه بحرانی به اندازه‌ی  $\alpha$  را بیابید.

۵. یک شرکت تولید فرآورده‌های نفتی مدعی است که کمتر از ۲۰ درصد دارندگان اتومبیل، بنزین تولیدی آن شرکت را نمی‌خرند

این ادعا را در صورتی که یک بررسی تصادفی نشان دهد که از صاحبان ۲۰۰ دستگاه اتومبیل، ۲۲ نفر از بنزین تولیدی این شرکت

استفاده نکرده‌اند در سطح  $\alpha = 0.01$  آزمون کنید.  $Z_{0.01} = -2.33$