

نام درس: آنالیز عددی (۱) - آنالیز عددی
رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی - جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۳) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۱) - آمار (۱۱۱۱۰۸۹) زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰
علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۶)
گد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: ماشین حساب
مجاز است.

تنها با یاد اوست که دل‌ها آرام می‌گیرد.

۱. کدام گزینه زیر صحیح است؟

- الف. بسط اعشاری یک عدد گویا مختوم است
ب. بسط اعشاری یک عدد گویا نامختوم است
ج. بسط اعشاری یک عدد گنگ مختوم است
د. بسط اعشاری یک عدد گنگ نامختوم است

۲. کسر مربوط به عدد اعشاری $0.\overline{178}$ کدام است؟ (دوره تناوب دو رقم آخر)

- الف. $\frac{10}{99}$ ب. $\frac{177}{990}$ ج. $\frac{1663}{16500}$ د. $\frac{178}{999}$

۳. بسط عدد $\frac{3}{7}$ در مبنای ۲ کدام است؟

- الف. $0.\overline{11}$ ب. 0.10101 ج. 0.1011 د. $0.\overline{011}$

۴. برای محاسبه تقریبی $(\sqrt{2} - 1)^4$ کدام عبارت تقریب دقیقتری به دست می‌دهد؟

- الف. $17 - 12\sqrt{2}$ ب. $\frac{1}{(\sqrt{2} + 1)^4}$ ج. $\frac{1}{17 + 12\sqrt{2}}$ د. $(\sqrt{2} - 1)^4$

۵. تعداد و محل تقریبی ریشه‌های معادله $x^2 \sin(x) = 1$ کدام است؟

الف. ریشه ندارد

ب. یک ریشه حدود π دارد

ج. بی نهایت ریشه، یکی حدود ۱ و بقیه حدود مضارب π

د. بی نهایت ریشه حدود مضارب زوج π

۶. اگر بدانیم معادله $\cos(x) + x = 0$ در فاصله $[-1, 0]$ یک ریشه دارد، با استفاده از روش دوبخشی x_m کدام است؟

- الف. $0/456$ ب. $-0/625$ ج. $-0/5$ د. $-0/125$

۷. مقدار تقریبی x_m از ریشه مثبت $f(x) = x^2 - 2 = 0$ در فاصله $[1, 2]$ با استفاده از روش نابجایی کدام است؟

- الف. $1/3$ ب. $1/33$ ج. $1/4$ د. $1/5$

۸. اگر α ریشه ساده معادله $f(x) = 0$ باشد، مرتبه همگرایی روش نیوتن (در صورت همگرایی) کدام است؟

- الف. دو ب. یک ج. حداقل دو د. حداکثر دو

۹. تابع جدولی زیر را در نظر بگیرید. مقدار $f[x_1, x_m]$ کدام است؟

x_i	-1	0	1	2	3
f_i	-1	1	1	5	19

- الف. ۲ ب. ۴ ج. -۲ د. صفر

نام درس: آنالیز عددی (۱) - آنالیز عددی
 رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی - جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۳) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۱) - آمار (۱۱۱۱۰۸۹) زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰
 علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۶)
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۰. برای تابع جدولی مسأله قبل مقدار $\Delta^3 f_0$ کدام است؟

- الف. ۱- ب. ۲ ج. صفر د. ۶

۱۱. اگر $f(x) = x^5$ آنگاه مقدار $\Delta^4 f_0$ کدام است؟

- الف. ۱ ب. صفر ج. ۱- د. $5!h^4$

۱۲. خطای قاعده دوزنقه‌ای کدام است؟ (M_p کران بالای مشتق دوم تابع f روی $[a, b]$ است)

- الف. $\frac{(b-a)^2}{12} h M_p$ ب. $\frac{(b-a)}{180} h^3 M_p$ ج. $\frac{(b-a)}{12} h^2 M_p$ د. $\frac{(b-a)^2}{180} h^2 M_p$

۱۳. کدام گزینه در مورد $P(x) = x^3 + 3x^2 - x + 1$ صحیح است؟

- الف. حداقل یک ریشه حقیقی دارد ج. دقیقاً دو ریشه حقیقی دارد
 ب. هر سه ریشه آن مختلط است د. ریشه ندارد

۱۴. اگر بدانیم تمام ریشه های معادله $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$ حقیقی هستند، مربع ریشه‌ها در کدام بازه قرار دارند؟

- الف. $\left(\frac{3}{2}, 9\right)$ ب. $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ ج. $\left(\frac{2}{3}, 9\right)$ د. $\left(\frac{2}{3}, 3\right)$

۱۵. اگر $T_{01} = 2/6$ و $T_{0p} = 2/7$ مقدار T_{11} که از قاعده را میرگ بدست می‌آید کدام است؟

- الف. $2/73$ ب. $2/57$ ج. $1/83$ د. $0/03$

۱۶. خطای $\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$ به عنوان تقریبی از f'_i متناسب با کدام است؟

- الف. h^2 ب. h ج. h^3 د. h^4

۱۷. در روش اویلر y_{i+1} چگونه محاسبه می‌شود؟

- الف. $y_i + hf(x_i, y_i)$ ج. $hy_i + f(x_i, y_i)$
 ب. $y_i + f(x_i, y_i)$ د. $hy_i + h^2 f(x_i, y_i)$

۱۸. اگر انتگرال $\int_0^{\pi} \sin x dx$ را بخواهیم به روش سیمپسون تقریب بزنیم حداقل تعداد بازه‌ها چقدر باشد تا خطای حاصل

از این روش کوچکتر یا مساوی $\frac{2}{3} \times 10^{-4}$ شود؟

- الف. ۷ ب. ۸ ج. ۶ د. ۱۰

۱۹. اگر $y = \frac{ab}{c}$ و $\delta_y, \delta_c, \delta_b, \delta_a$ به ترتیب خطاهای نسبی y, c, b, a باشند، کدام رابطه صحیح است؟

الف. $\delta_y \leq \delta_a + \delta_b + \delta_c$ ب. $\delta_y \leq \delta_a + \delta_b - \delta_c$

ج. $\delta_c \leq \delta_a + \delta_b + \delta_y$ د. $\delta_y \leq \frac{\delta_a \delta_b}{\delta_c}$

۲۰. چند تکرار از روش دوبخشی برای تعیین ریشه معادله $\sin x - \frac{x}{\pi} = 0$ در بازه $[1, 2]$ لازم است تا خطای آن از 10^{-2} کمتر باشد؟

- الف. ۶ ب. ۷ ج. ۸ د. ۹

سوالات تشریحی:

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. ریشه معادله $x + \cos(x) = 0$ را با تقریب اولیه $x_0 = -0.7$ و با استفاده از روش نیوتن با دقت (۷ D) بیابید.

۲. فرض کنید z ریشه معادله $p(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0 = 0$ باشد که در آن کلیه ضرایب اعداد حقیقی هستند. نشان دهید:

$$|z| \leq |a_0| + |a_1| + \dots + |a_{n-1}| + 1$$

۳. چند جمله‌ای درونیاب تابع جدولی زیر را با استفاده از تفاضلات تقسیم شده نیوتن بدست آورید.

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۲	۵	۱۰	۱۱

۴. تقریبی از $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx$ را به روش سیمپسون به گونه‌ای حساب کنید که خطای آن کمتر از 10^{-2} باشد.

۵. با استفاده از روش تیلور مرتبه ۴ ($p = 4$) تقریبی از جواب دستگاه $\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ را با $h = 0.1$ بیابید.