

امام خمینی<sup>(ره)</sup>: این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید مجموعه  $S$  از عبارات ها، استقرایی باشد و  $\alpha, \beta \in S$ ، در این صورت  
الف. هر نماد جمله ای نمی تواند در  $S$  باشد.  
ب.  $(\alpha \wedge \beta)$  در  $S$  نیست.  
ج.  $(\neg \alpha) \notin S$ .  
د.  $(\alpha \rightarrow \beta)$  در  $S$  است.

۲. وجود یک فرمول درست ساخت با کدام طول امکان پذیر است؟

الف. ۲      ب. ۵      ج. ۳      د. ۶

۳. اگر مجموعه  $C$  از مجموعه  $B$  به وسیله  $f, g$  به طور آزاد پدید آمده باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $f_c$  یک به یک است.  
ب.  $g_c$  یک به یک است.

ج. برد  $f_c$  و برد  $g_c$  برابر است.  
د. مجموعه  $B$  و برد  $f_c$  از هم مجزا هستند.

۴. فرض کنید  $U$  مجموعه تمام اعداد حقیقی،  $B = \{0\}$ ،  $P(x) = x - 1$  و  $S(x) = x + 1$  باشد. در این صورت  $C_*$  کدام است؟

الف.  $N$       ب.  $Z$       ج.  $R$       د.  $\{0, 1, 2, \dots\}$

۵. کدام یک از گزاره های زیر نادرست است؟

الف.  $\sum \mid \alpha \mid = \beta$  اگر و تنها اگر  $\sum \mid \alpha \mid = \beta$       ب.  $\alpha \mid = \beta$  اگر و تنها اگر  $\alpha \mid = \beta$

ج. اگر  $\sum \mid \alpha \mid = \alpha$  یا  $\sum \mid \beta \mid = \beta$ ، آنگاه  $\sum \mid (\alpha \vee \beta) \mid = \sum \mid \alpha \mid$  یا  $\sum \mid \beta \mid$       د. اگر  $\sum \mid (\alpha \vee \beta) \mid = \sum \mid \alpha \mid$  یا  $\sum \mid \beta \mid$

۶. فرض کنید  $\#$  نماد سه تایی اکثریت باشد، در این صورت معادل توتولوژیک  $\alpha \beta \gamma \#$  کدام است؟

الف.  $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma)$       ب.  $(\alpha \vee \beta \vee \gamma)$

ج.  $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$       د.  $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)$

۷. فرض کنید  $\#$  نماد سه تایی اکثریت و  $M$  نماد سه تایی اقلیت باشد. کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟

الف.  $\{\wedge, \#\}$       ب.  $\{M, \perp\}$       ج.  $\{\neg, \#\}$       د.  $\{\wedge, \rightarrow\}$

۸. در یک مجموعه شامل  $n$  نماد جمله ای چند ارزشدهی وجود دارد؟

الف.  $n$       ب.  $2^n$       ج.  $n^2$       د.  $2n$

۹. کدام یک از فرمول های زیر معادل توتولوژیک فرمول  $\neg(A \rightarrow B)$  است؟

الف.  $(A \rightarrow B)$       ب.  $(A \rightarrow (\neg B))$       ج.  $(A \vee (\neg B))$       د.  $(A \wedge (\neg B))$

۱۰. در کدام یک از زبان های مرتبه اول زیر نمادهای تابعی دو موضعی وجود دارد؟

الف. زبان نظریه مقدماتی اعداد و زبان محمولی محض

ب. زبان نظریه مجموعه ها

ج. فقط در زبان محمولی محض

د. هیچ کدام

۱۱. ترجمه جمله «هر عدد طبیعی غیر صفر تالی یک عدد است» در زبان نظریه مقدماتی اعداد کدام است؟

الف.  $\forall v_1((\neg \neq v_1 \circ) \rightarrow (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$  ب.  $\forall v_1((\neg \neq v_1 \circ) \rightarrow (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$

ج.  $\forall v_1((\neg \neq v_1 \circ) \rightarrow (\neg \forall v_2(\neg \neq v_1 S v_2)))$  د.  $\forall v_1((\neg \neq v_1 \circ) \wedge (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$

۱۲. فرمول های درست ساختی که دارای نمادهای ربطی یا سوری نیستند را چه می نامند؟

الف. فرمول های بسیط

ب. نمادهای ثابت

ج. ترم ها

د. ف.د.س.

۱۳. متغیر  $x$  در  $(\alpha \rightarrow \beta)$  آزاد است اگر و تنها اگر  $x$  ..... .

الف. در  $\alpha$  آزاد باشد.

ب. در  $\alpha, \beta$  آزاد باشد.

ج. در  $\alpha$  یا  $\beta$  آزاد باشد.

د. در  $(\neg \alpha)$  آزاد باشد.

۱۴. جمله  $\forall x \forall y \neg Pxy$  را در نظر بگیرید. ساخت  $(A, R)$ ، یک مدل برای این جمله است اگر و تنها اگر

الف.  $R = \emptyset$  ب.  $R = A \times A$  ج.  $dom R = A$  د.  $R = A$

۱۵. فرض کنید  $\mathbb{N} = (N, \circ, S, +, \cdot)$  باشد. رابطه ترتیبی  $\{ \langle m, n \rangle : m < n \}$  در  $\mathbb{N}$  با کدام فرمول مشخص می شود؟

الف.  $\forall v_1 v_2 + S v_1 \approx v_2$  ب.  $\forall v_1 v_2 + S v_1 \neq v_2$

ج.  $\exists v_1 v_2 + S v_1 \neq v_2$  د.  $\exists v_1 v_2 + S v_1 \approx v_2$

۱۶. عبارت  $(Qx \rightarrow \forall x Px)_y^x$  با کدام گزینه معادل است؟

الف.  $(Qx \rightarrow \forall x Py)$  ب.  $(Qy \rightarrow \forall x Px)$

ج.  $(Qy \rightarrow \forall x Py)$  د.  $(Qx \rightarrow \forall y Py)$

۱۷. مجموعه ای از فرمول ها را ناسازگار گوئیم اگر و تنها اگر

الف.  $\beta, \alpha$  فرمول هایی باشند که  $\alpha$  قضیه ای از آن باشد ولی  $\beta$  قضیه ای از آن نباشد.

ب. هر فرمول  $\alpha$  قضیه ای از آن باشد.

ج. فرمولی مانند  $\beta$  موجود باشد که  $\beta, \neg \beta$  هر دو قضیه هایی از آن باشند.

د. به ازای فرمول  $\beta$ ، اگر  $\beta$  قضیه ای از مجموعه باشد، آنگاه  $\neg \beta$  قضیه ای از آن نباشد.

۱۸. فرض کنید زبان ما دارای تساوی باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $\vdash \forall x \forall y (x \approx y \rightarrow y \approx x)$

ب.  $\vdash \forall x_1 \forall x_2 \forall y_1 \forall y_2 (x_1 \approx y_1 \rightarrow x_2 \approx y_2 \rightarrow P x_1 x_2 \approx P y_1 y_2)$

ج.  $\vdash \forall x (x \approx x)$

د.  $\vdash \forall x_1 \forall x_2 \forall y_1 \forall y_2 (x_1 \approx y_1 \rightarrow x_2 \approx y_2 \rightarrow P x_1 y_1 \approx P x_2 y_2)$

نام درس: منطق ریاضی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۷) - علوم کامپیوتر (ستتی - تجميع) (۱۱۱۵۱۷۳)

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: --

مجاز است.

۱۹. کدام گزینه صورت «قضیه درستى» است؟

الف.  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$  اگر و تنها اگر  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ .

ب. اگر  $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه  $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \varphi)$ .

ج. اگر  $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه  $\Gamma \models \varphi$ .

د. هر مجموعه سازگار از فرمول ها ارضا شدنی است.

۲۰. گزاره «اگر  $\Gamma$  ارضا شدنی باشد، آنگاه  $\Gamma$  سازگار است.» با کدام یک از قضایای زیر معادل است؟

الف. قضیه تمامیت      ب. قضیه استنتاج      ج. قاعده  $T$       د. قضیه درستى.

«سوالات تشریحی»

۱. توتولوژی بودن یا نبودن هر یک از قسمت های زیر را مشخص کنید. (با ذکر دلیل) (۲ نمره)

الف.  $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow Q$ .

ب.  $(\forall y \neg Py \rightarrow \neg Px) \rightarrow (Px \rightarrow \neg \forall y \neg Py)$ .

۲. نشان دهید مجموعه  $\{\neg, \wedge\}$  تمام است. (۲ نمره)

۳. نشان دهید اگر  $\Sigma \models \tau$ ، آنگاه یک زیر مجموعه متناهی از  $\Sigma$  مانند  $\Sigma$  موجود است به طوری که  $\Sigma_0 \models \tau$ . (۲ نمره)

۴. ثابت کنید:  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$  اگر و تنها اگر  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ . (۲ نمره)

۵. ثابت کنید:  $\vdash \exists x \forall y \varphi \rightarrow \forall y \exists x \varphi$  یک استنتاج معتبر است. (۲ نمره)