

امام خمینی<sup>(ره)</sup>: این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید مجموعه  $S$  از عبارات ها، استقرایی باشد و  $\alpha, \beta \in S$ ، در این صورت
  - الف. هر نماد جمله ای نمی تواند در  $S$  باشد.
  - ب.  $(\alpha \wedge \beta)$  در  $S$  نیست.
  - ج.  $(\neg \alpha) \notin S$ .
  - د.  $(\alpha \rightarrow \beta)$  در  $S$  است.
۲. وجود یک فرمول درست ساخت با کدام طول امکان پذیر است؟
  - الف. ۲
  - ب. ۵
  - ج. ۳
  - د. ۶
۳. اگر مجموعه  $C$  از مجموعه  $B$  به وسیله  $f, g$  به طور آزاد پدید آمده باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟
  - الف.  $f_c$  یک به یک است.
  - ب.  $g_c$  یک به یک است.
  - ج. برد  $f_c$  و برد  $g_c$  برابر است.
  - د. مجموعه  $B$  و برد  $f_c$  از هم مجزا هستند.
۴. فرض کنید  $U$  مجموعه تمام اعداد حقیقی،  $B = \{0\}$ ،  $P(x) = x - 1$  و  $S(x) = x + 1$  باشد. در این صورت  $C_*$  کدام است؟
  - الف.  $N$
  - ب.  $Z$
  - ج.  $R$
  - د.  $\{0, 1, 2, \dots\}$
۵. کدام یک از گزاره های زیر نادرست است؟
  - الف.  $\Sigma \models \beta \wedge \alpha$  اگر و تنها اگر  $\Sigma \models \beta$  و  $\Sigma \models \alpha$
  - ب.  $\alpha \models \beta$  اگر و تنها اگر  $\alpha \leftrightarrow \beta$
  - ج. اگر  $\Sigma \models \alpha$  یا  $\Sigma \models \beta$ ، آنگاه  $\Sigma \models (\alpha \vee \beta)$
  - د. اگر  $\Sigma \models (\alpha \vee \beta)$ ، آنگاه  $\Sigma \models \alpha$  یا  $\Sigma \models \beta$
۶. فرض کنید  $\#$  نماد سه تایی اکثریت باشد، در این صورت معادل توتولوژیک  $\alpha\beta\gamma \#$  کدام است؟
  - الف.  $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma)$
  - ب.  $(\alpha \vee \beta \vee \gamma)$
  - ج.  $\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)$
  - د.  $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)$
۷. فرض کنید  $\#$  نماد سه تایی اکثریت و  $M$  نماد سه تایی اقلیت باشد. کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟
  - الف.  $\{\#, \wedge\}$
  - ب.  $\{M, \perp\}$
  - ج.  $\{\neg, \#\}$
  - د.  $\{\wedge, \rightarrow\}$
۸. در یک مجموعه شامل  $n$  نماد جمله ای چند ارزشدهی وجود دارد؟
  - الف.  $n$
  - ب.  $2^n$
  - ج.  $n^2$
  - د.  $2n$
۹. کدام یک از فرمول های زیر معادل توتولوژیک فرمول  $\neg(A \rightarrow B)$  است؟
  - الف.  $(A \rightarrow B)$
  - ب.  $(A \rightarrow (\neg B))$
  - ج.  $(A \vee (\neg B))$
  - د.  $(A \wedge (\neg B))$
۱۰. در کدام یک از زبان های مرتبه اول زیر نمادهای تابعی دو موضعی وجود دارد؟
  - الف. زبان نظریه مقدماتی اعداد و زبان محمولی محض
  - ب. زبان نظریه مجموعه ها
  - ج. فقط در زبان محمولی محض
  - د. هیچ کدام

۱۱. ترجمه جمله «هر عدد طبیعی غیر صفر تالی یک عدد است» در زبان نظریه مقدماتی اعداد کدام است؟

الف.  $\forall v_1((\neg \approx v_1 \circ) \rightarrow (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$  ب.  $\forall v_1((\neg \approx v_1 \circ) \rightarrow (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$

ج.  $\forall v_1((\neg \approx v_1 \circ) \rightarrow (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$  د.  $\forall v_1((\neg \approx v_1 \circ) \wedge (\neg \forall v_2(\neg \approx v_1 S v_2)))$

۱۲. فرمول های درست ساختی که دارای نمادهای ربطی یا سوری نیستند را چه می نامند؟

الف. فرمول های بسیط

ب. نمادهای ثابت

ج. ترم ها

د. ف.د.س.

۱۳. متغیر  $x$  در  $(\alpha \rightarrow \beta)$  آزاد است اگر و تنها اگر  $x$  .....

الف. در  $\alpha$  آزاد باشد.

ب. در  $\alpha, \beta$  آزاد باشد.

ج. در  $\alpha$  یا  $\beta$  آزاد باشد.

د. در  $(\neg \alpha)$  آزاد باشد.

۱۴. جمله  $\forall x \forall y \neg Pxy$  را در نظر بگیرید. ساخت  $(A, R)$ ، یک مدل برای این جمله است اگر و تنها اگر

الف.  $R = \emptyset$  ب.  $R = A \times A$  ج.  $dom R = A$  د.  $R = A$

۱۵. فرض کنید  $\mathbb{N} = (N, \circ, S, +, \cdot)$  باشد. رابطه ترتیبی  $\{ \langle m, n \rangle : m < n \}$  در  $\mathbb{N}$  با کدام فرمول مشخص می شود؟

الف.  $\forall v_1 v_2 + S v_1 \approx v_2$  ب.  $\forall v_1 v_2 + S v_1 \neq v_2$

ج.  $\exists v_1 v_2 + S v_1 \neq v_2$  د.  $\exists v_1 v_2 + S v_1 \approx v_2$

۱۶. عبارت  $(Qx \rightarrow \forall x Px)_y^x$  با کدام گزینه معادل است؟

الف.  $(Qx \rightarrow \forall x Py)$  ب.  $(Qy \rightarrow \forall x Px)$

ج.  $(Qy \rightarrow \forall x Py)$  د.  $(Qx \rightarrow \forall y Py)$

۱۷. مجموعه ای از فرمول ها را ناسازگار گوئیم اگر و تنها اگر

الف.  $\beta, \alpha$  فرمول هایی باشند که  $\alpha$  قضیه ای از آن باشد ولی  $\beta$  قضیه ای از آن نباشد.

ب. هر فرمول  $\alpha$  قضیه ای از آن باشد.

ج. فرمولی مانند  $\beta$  موجود باشد که  $\beta, \neg \beta$  هر دو قضیه هایی از آن باشند.

د. به ازای فرمول  $\beta$ ، اگر  $\beta$  قضیه ای از مجموعه باشد، آنگاه  $\neg \beta$  قضیه ای از آن نباشد.

۱۸. فرض کنید زبان ما دارای تساوی باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $\vdash \forall x \forall y (x \approx y \rightarrow y \approx x)$

ب.  $\vdash \forall x_1 \forall x_2 \forall y_1 \forall y_2 (x_1 \approx y_1 \rightarrow x_2 \approx y_2 \rightarrow P x_1 x_2 \approx P y_1 y_2)$

ج.  $\vdash \forall x (x \approx x)$

د.  $\vdash \forall x_1 \forall x_2 \forall y_1 \forall y_2 (x_1 \approx y_1 \rightarrow x_2 \approx y_2 \rightarrow P x_1 y_1 \approx P x_2 y_2)$

نام درس: منطق ریاضی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۵۷) - علوم کامپیوتر (ستتی - تجميع) (۱۱۱۵۱۷۳)

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: --

مجاز است.

۱۹. کدام گزینه صورت «قضیه درستى» است؟

الف.  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$  اگر و تنها اگر  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ .

ب. اگر  $\Gamma; \gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه  $\Gamma \vdash (\gamma \rightarrow \varphi)$ .

ج. اگر  $\Gamma \vdash \varphi$ ، آنگاه  $\Gamma \models \varphi$ .

د. هر مجموعه سازگار از فرمول ها ارضا شدنی است.

۲۰. گزاره «اگر  $\Gamma$  ارضا شدنی باشد، آنگاه  $\Gamma$  سازگار است.» با کدام یک از قضایای زیر معادل است؟

الف. قضیه تمامیت      ب. قضیه استنتاج      ج. قاعده  $T$       د. قضیه درستى.

«سؤالات تشریحی»

۱. توتولوژی بودن یا نبودن هر یک از قسمت های زیر را مشخص کنید. (با ذکر دلیل) (۲ نمره)

الف.  $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow Q$ .

ب.  $(\forall y \neg Py \rightarrow \neg Px) \rightarrow (Px \rightarrow \neg \forall y \neg Py)$ .

۲. نشان دهید مجموعه  $\{\neg, \wedge\}$  تمام است. (۲ نمره)

۳. نشان دهید اگر  $\Sigma \models \tau$ ، آنگاه یک زیر مجموعه متناهی از  $\Sigma$  مانند  $\Sigma$  موجود است به طوری که  $\Sigma_0 \models \tau$ . (۲ نمره)

۴. ثابت کنید:  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$  اگر و تنها اگر  $\Gamma; \psi \vdash \neg \varphi$ . (۲ نمره)

۵. ثابت کنید:  $\vdash \exists x \forall y \varphi \rightarrow \forall y \exists x \varphi$  یک استنتاج معتبر است. (۲ نمره)