



تعداد سوالات : تستی: ۴۰ تشریحی: ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

/ مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

آزمون: تابستان ۹۰

کد سری سوال: یک - ۱

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱. اگر  $A=8.000$  و  $a=7.997$  تقریبی از  $A$  باشد،  $a$  چند رقم با معنای درست دارد؟

الف ۱ رقم

ب ۲ رقم

ج ۴ رقم

د ۳ رقم

۲. بسط عدد  $\frac{3}{7}$  در مبنای ۲ کدام است؟الف  $0.110$ ب  $0.101$ ج  $0.011$ د  $0.001$ ۳. برای یافتن ریشه تقریبی معادله  $f(x) = 0$  در بازه  $[-2, 2]$  (با فرض اینکه ریشه در این بازه قرار داشته باشد) و باخطای مطلق حداکثر  $0.001$ ، حداقل چه تعداد تکرار در روش تنصیف مورد نیاز است؟

الف ۱۰

ب ۱۳

ج ۱۱

د ۱۲

۴. مرتبه همگرایی روش تکرار ساده با  $g'(\alpha) = g''(\alpha) = 0$  کدام است؟ ( $\alpha$  ریشه معادله  $f(x) = 0$  می باشد و $X = g(X)$  معادله ای است که از روی  $f(x) = 0$  به دست آمده باشد).

الف دقیقاً ۳

ب دقیقاً ۲

ج حداقل ۲

د حداقل ۳



تعداد سوالات : تستی: ۴۰ تشریحی: ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

کد سری سوال: یک - ۱

آزمون: تابستان ۹۰

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

۵. فرمول محاسبه تقریبی  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots}}}}$  به روش نیوتن کدام است؟

$$\text{ب} \quad \frac{x_n^2 + 2}{2x_n - 1}$$

$$\text{الف} \quad \frac{x_n^2 + 2}{2x_n + 1}$$

$$\text{د} \quad \frac{x_n^2 + 3}{x_n - 1}$$

$$\text{ج} \quad \frac{x_n^2 + 3}{x_n + 1}$$

۶. تابع  $\cos X$  را با کدام طول گام  $h$  باید جدول بندی کرد تا خطای حاصل از درونیابی خطی نا بیشتر از  $1.2 \times 10^{-6}$  شود؟

$$\text{الف} \quad 3.09 \times 10^{-3}$$

$$\text{ب} \quad 1.09 \times 10^{-3}$$

$$\text{ج} \quad 5.09 \times 10^{-3}$$

$$\text{د} \quad 7.09 \times 10^{-3}$$

۷. اگر  $f(x) = x^4$  آنگاه  $(h = x_i - x_{i-1})$

$$\text{الف} \quad \Delta^6 f_i = 5! h^5$$

$$\text{ب} \quad \Delta^4 f_i = 4! h^4$$

$$\text{ج} \quad \Delta^6 f_i = 6! h^6$$

$$\text{د} \quad \Delta^3 f_i = 0$$



تعداد سوالات : تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

آزمون: تابستان ۹۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

کد سری سوال: یک - ۱

۸. چند جمله‌ای لاگرانژ  $L_1(x)$  برای تابع جدولی زیر کدام است؟

$x_i$	-۱	۰	۱	۳
$f_i$	۱/۲	۳	۵/۶	۹/۶

$$\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{3} \quad \text{الف}$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 + x - 3}{3} \quad \text{ب}$$

$$\frac{x^3 + 4x^2 - 3x}{8} \quad \text{ج}$$

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{-8} \quad \text{د}$$

۹. در عبارت  $f'(x_i) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$  کران بالای خطا کدام است؟

$$\frac{h^3}{6} |f'''_i| \quad \text{الف}$$

$$\frac{h^3}{3} |f'''_i| \quad \text{ب}$$

$$\frac{h^2}{6} |f'''_i| \quad \text{ج}$$

$$\frac{h^2}{2} |f''_i| \quad \text{د}$$

۱۰. فرمول انتگرال گیری زیر را در نظر بگیرید:  $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx B_1 f(-1) + H_1 f(x_1)$  به ازای کدام مقادیر  $B_1$ , $x_1$  و  $H_1$  انتگرال برای چند جمله‌ایهای تا درجه ۲ دقیق است؟

$$x_1 = \frac{1}{3}, H_1 = \frac{3}{2}, B_1 = \frac{1}{2} \quad \text{الف}$$

$$x_1 = 1, H_1 = \frac{1}{6}, B_1 = \frac{1}{2} \quad \text{ب}$$

$$x_1 = 1, H_1 = 1, B_1 = 1 \quad \text{ج}$$

$$x_1 = \frac{1}{5}, H_1 = \frac{5}{2}, B_1 = \frac{-1}{2} \quad \text{د}$$



تعداد سوالات : تستی: ۴۰ تشریحی: ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

آزمون: تابستان ۹۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

کد سری سوال: یک - ۱

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱۱. در محاسبه انتگرال  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$  به روش سیمپسون، حداقل تعداد بازه ها چقدر باشد تا خطای حاصل از روش کوچکتر از  $10^{-5}$  باشد؟

الف ۱۱

ب ۱۳

ج ۱۴

د ۱۲

۱۲. برای به دست آوردن تقریبی از  $\int_1^5 \frac{\sin x}{\sqrt{x-1}} \, dx$  کدام روش پیشنهاد می شود؟

الف نوزنقه

ب سیمسون

ج نقطه میانی

د رامبرگ

۱۳. با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه دوم، مقدار تقریبی  $y(0.1)$  برای معادله زیر به ازای  $h = 0.1$  کدام

$$\begin{cases} y'(x) = 10^{y(x)} \\ y(0) = 1 \end{cases} \text{ است؟}$$

الف ۱۱

ب ۱۲

ج ۶.۵

د ۵.۵

۱۴. با استفاده از روش اویلر مقدار تقریبی  $y(0.1)$  برای معادله  $\begin{cases} y' = x - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$  به ازای  $h = 0.1$  کدام است؟

الف ۰/۹

ب ۱

ج ۱/۱

د -۰/۱



تعداد سوالات : تستی: ۴۰ تشریحی: ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

/ مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

کد سری سوال: یک - ۱

آزمون: تابستان ۹۰

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

$$15. \text{ اگر دستگاه معادلات } \begin{cases} 8x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 30 \\ x_1 - 9x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 31 \end{cases} \text{ را با نقطه شروع } (1,1,1) \text{ و با روش گوس-سایدل حل کنیم،}$$

پس از دو تکرار جواب حاصل برای  $x_1$  برابر کدام است؟

الف ۳/۸۹۵۹

ب ۳/۱۲۵

ج ۱/۴۷۵۴

د ۲/۱۷۴۵

16. اگر  $B = A^3 - 2A - I$  و مقادیر ویژه ماتریس  $A$  برابر ۲ و ۱ و ۱ باشند، ماتریس  $B^{-1}$  کدام است؟

$$\text{الف } \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب } \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ج } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

د ماتریس  $B$  منفرد است17. اگر مقادیر ویژه ماتریس  $A$ ، ۱- و ۲ و ۳ باشند مقادیر ویژه  $A'$  (ترانهاد  $A$ ) کدام است؟

الف ۱- و ۲ و ۳

ب ۱ و  $\frac{-1}{2}$  و  $\frac{-1}{3}$ 

ج ۱ و ۲- و ۳-

د ۱- و  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$



تعداد سوالات : تستی : ۴۰ تشریحی : ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس : مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

مهندسی کامپیوتر - نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

آزمون: تابستان ۹۰

کد سری سوال: یک - ۱

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱۸. اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  باشد و معادله مشخصه آن بصورت  $\lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda + 4 = 0$  باشد، معکوس  $A$  کدام است؟

الف  $A^{-1} = I$

ب  $A^{-1} = -\frac{1}{4}(A^2 - 2A + I)$

ج  $A^{-1} = A^2 - 2A + I$

د  $A^{-1} = -\frac{1}{4}(-A^2 + 2A + I)$

۱۹. خط کمترین مربعات را برای عبور از نقاط زیر بیابید.

$x_i$	1	2	3
$y_i$	3	5	9

الف  $3x - \frac{1}{5}$

ب  $3x + \frac{1}{3}$

ج  $3x + \frac{1}{5}$

د  $3x - \frac{1}{3}$

۲۰. تابع جدولی زیر داده شده است. تقریبی از  $\int_{-1}^{0.5} f(x) dx$  با استفاده از قاعده نوزنقه ای کدام است؟

$x_i$	-1	-0.5	0	0.5
$f_i$	1	1.375	1	6.25

الف ۳

ب ۲/۵

ج ۲/۷۵

د ۳/۲۵



تعداد سوالات : تستی: ۴۰ تشریحی: ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس: مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) / چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

/ مهندسی کامپیوتر-نرم افزار (چندبخشی) (۰۷۵\_۱۵\_۱۱)

کد سری سوال: یک - ۱

آزمون: تابستان ۹۰

استفاده از: ماشین حساب مهندسی مجاز است

## « سوالات تشریحی »

۱. الف) نشان دهید معادله  $e^x - 3x^2 = 0$  روی بازه  $[0.5, 1]$  دارای ریشه منحصر به فرد است.

ب) معادله  $e^x - 3x^2 = 0$  را به صورت  $x=g(X)$  نوشته و پس از تحقیق مناسب بودن  $g(X)$ ، تقریبی از ریشه

معادله که در فاصله  $[0.5, 1]$  قرار دارد به روش تکرار ساده و با نقطه شروع  $x_0 = 0.5$  تا دو تکرار به دست

آورید. (محاسبات تا چهار رقم اعشار در نظر گرفته شود) - ۲ نمره

۲. فرض کنید  $f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}$ . چند جمله ای درونیاب  $f$  را در نقاط  $x_0 = 0$  و  $x_1 = 1$  و  $x_2 = 2$  به دست آورید و

کران بالایی برای  $|f(x) - p(x)|$  حساب کنید. همچنین مشخص کنید حداکثر خطای بین  $f(x)$  و  $p(x)$  در چه نقاطی می

باشد. - ۲ نمره

۳. فرمول انتگرال دو نقطه ای گوس را به دست آورید و سپس مقدار تقریبی  $\int_0^1 \sqrt{1+x^3} dx$  را با این روش محاسبه

کنید. - ۲ نمره

۴. معادله دیفرانسیل مقابل را در نظر بگیرید:  $\begin{cases} y' = x + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$  با استفاده از روش تیلور مرتبه چهار و  $h = 0.1$  تخمینی از

$y(0.1)$  را به دست آورید. - ۲ نمره

۵. با استفاده از روش خطی سازی داده ها، داده های زیر را برای برازش منحنی  $y = \frac{B}{x+A}$  به کار می بریم.

$x_i$	-۱	۰	۱	۲
$y_i$	۱	۰/۵	۰/۲۵	۰/۲۵

مقادیر  $A$  و  $B$  را به دست آورید. - ۲ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

نام درس : روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی / کد درس : مهندسی کامپیوتر (سخت افزار) چندبخشی / مهندسی کامپیوتر (نرم افزار)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰ تشریحی: ۶۵  
کد سری سوال: یک - ۱

۹۰، ۶، ۱۷

مهندسی کامپیوتر - نرم افزار (چندبخشی) (۱۱\_۱۵\_۰۷۵)  
آزمون: تابستان ۹۰

نام هر سوال ۲ نمره

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱. الف) به وضوح تابع  $f(x) = e^x - 3x^2 = 0$  روی بازه  $[0.5, 1]$  پیوسته است همچنین  $f(0.5)f(1) < 0$  و نیز

$e^x = 3x^2$  و  $e^x - 3x^2 < 0$  پس تابع فوق روی بازه مورد نظر دارای یک ریشه منحصر به فرد است. ب)

نتیجه تابع  $g(x)$  بر روی  $[0.5, 1]$  صعودی است از اینرو:  $g(0.5) = 0.7413$  و  $g'(x) = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}} > 0$

همچنین  $0.7413, 0.9519 = R_D \subset D_D = [0.5, 1]$  پس  $0.9519$  زیرا ماکزیم مقدار قدر مطلق مشتق  $|g'(x)| = \frac{e^{\frac{x}{2}}}{2} < 1$

روی بازه  $[0.5, 1]$  است. دنباله تکراری روش تکرار ساده:  $x_0 = 0.5 - x_1 = 0.7413$   $g(x_{n+1}) = \sqrt{\frac{e^{x_n}}{3}}$

$-x_2 = 0.8364$

$x_i$	$p_i$	تناقض	تناقض
۰	۰		
۱	۱	۱	-۱
۲	۰	-۱	

برای تعیین یک کران بالا باید مشتق سوم تابع  $f$  را  $p(x) = 0 - 1(x-0) - (-1)(x-0)(x-1) = -x^2 - 2x$

حساب کنیم  $f'(x) = \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi x}{2}$  و  $f''(x) = -\frac{\pi^2}{4} \sin \frac{\pi x}{2}$  و  $f'''(x) = \frac{\pi^3}{8} \cos \frac{\pi x}{2}$  بنابراین  $f'''(x) \leq \frac{\pi^3}{8} = M_3$  در نتیجه

برای تعیین حداکثر خطا قرار می دهیم  $|f(x) - p(x)| \leq |(x-0)(x-1)(x-2)| \times \frac{\pi^3}{8} = \frac{\pi^3}{48} |x(x-1)(x-2)|$

بنابراین:  $g(x) = 3x^2 - 6x + 2$   $|g(x)| \leq \frac{2\sqrt{3}}{3}$   $x_2 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$   $g'(x) = 0 = x_1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$  در نتیجه

$|f(x) - p(x)| \leq \frac{\pi^3}{48} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 0.78$





۳. جواب قسمت اول سوال در صفحه ۱۶۹ منبع درسی آورده شده است.

$$x = \frac{b-a}{2} u + \frac{b+a}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} u + \frac{1}{2} \Rightarrow dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}u - \frac{1}{2}\right)^2} du = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}\right)^2} \right] \approx$$

۰.۱/۱۱۳

$$(f(x,y) = y' = x + y \rightarrow y'' = 1 + y' = 1 + x + y$$

۴. داریم  $x_0 = 0$  و  $y_0 = 1$  و  $(x, y) = x + y$  بنابراین  $y^{(k)} = 1 + y' = 1 + x + y$  با  $y''' = 1 + y' = 1 + x + y$

قرار دادن  $P=4$  در رابطه تیلور خواهیم داشت:

$$y_{n+1} = y_n + 0.1(x_n - y_n) + \frac{(0.1)^2}{2!}(1 - x_n - y_n) + \frac{(0.1)^3}{3!}(1 - x_n - y_n) + \frac{(0.1)^4}{4!}(1 - x_n - y_n)$$

$$\approx 0.00517 + 0.10517x_n + 1.10517y_n$$

$$y(0.1) \approx y_1 = 0.00517 + 0 + 1.10517 \times 1 = 1.11034$$

۵. قرار می دهیم:  $z = \frac{1}{y} = \frac{x+A}{B}$  پس با قرار دادن  $y = \frac{1}{y}$   $a = \frac{1}{B}$  ,  $\frac{A}{B}$  داریم:

$x_i$	$y_i$	$z_i = \frac{1}{y_i}$	$x_i z_i$	$x_i^2$
-1	1	1	-1	1
0	0.5	2	0	0
1	0.25	4	4	1
2	0.125	8	16	4
		11	11	6

$$\begin{cases} 6a + 2b = 11 \\ 2a + 4b = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} b = \frac{11}{6} \\ a = \frac{11}{6} \end{matrix} \rightarrow a = \frac{1}{B} \rightarrow B = \frac{6}{11} \quad b = \frac{A}{B} \rightarrow A = 2$$

محاسبات عددی ترم تابستان ۹۰

د	1
ج	2
د	3
د	4
ب.ب	5
الف	6
ب.ب	7
الف	8
ج	9
الف	10
ج	11
ج	12
ج	13
الف	14
د	15
د	16
الف	17
ب.ب	18
د	19
الف	20