



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۵ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام یک از ماتریس های زیر، یک ماتریس خودالحاق است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix} \cdot 4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \cdot 3$$

$$\begin{bmatrix} 1-i & 1 & i \\ 0 & 0 & 1 \\ 1+i & 1 & -i \end{bmatrix} \cdot 2$$

$$\begin{bmatrix} i & 0 & 1+i \\ 2 & 1 & i \\ -i & 0 & 1-i \end{bmatrix} \cdot 1$$

۲- کدام یک از ماتریس های زیر، یک ماتریس یکانی است؟

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot 4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot 3$$

$$\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix} \cdot 1$$

۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. هر مجموعه شامل یک مجموعه وابسته خطی، خود نیز وابسته خطی است.
۲. هر مجموعه شامل بردار صفر، مستقل خطی است.
۳. مجموعه S از فضای V مستقل خطی است هرگاه هر زیر مجموعه متناهی از S مستقل خطی باشد.
۴. $S \subseteq V$ مستقل خطی است اگر و تنها اگر هر ترکیب خطی از بردارها S ، $c_1\alpha_1 + c_2\alpha_2 + \dots + c_n\alpha_n = 0$ نتیجه دهد
 $c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$

۴- در صورتی که V یک فضای برداری و $\dim V = n$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر زیر مجموعه از V با بیش از n عضو مستقل خطی است.
۲. هیچ زیر مجموعه ای از V با کمتر از n عضو نمی تواند V را تولید کند.
۳. هرگاه W زیر فضایی از V باشد آنگاه $\dim W \geq \dim V$.
۴. هر زیر مجموعه از V با $n+1$ عضو مستقل خطی است.

۵- اگر V و W دو فضای برداری روی هیات F و $T: V \rightarrow W$ یک تبدیل خطی باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. $T(0) = 0$
۲. T یک به یک است اگر و تنها اگر $\ker T = \{0\}$.
۳. $\ker T$ زیر فضایی از V است.
۴. $\text{ran} T$ زیر فضایی از V است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۵ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

تبدیل خطی $T: R^3 \rightarrow R^4$ را به صورت $T(x, y, z) = (x - y, x, 2y, 3z)$ تعریف می کنیم.

۶- رتبه و پوچی این تبدیل خطی، کدام است؟

۱. رتبه ۱ و پوچی ۳ ۲. رتبه ۲ و پوچی ۱ ۳. رتبه ۳ و پوچی ۰ ۴. رتبه ۴ و پوچی ۰

۷- در مورد تبدیل T می توان گفت:

۱. T یک به یک است. ۲. T یک به یک نیست.
۳. T پوشاست. ۴. T وارونپذیر است.

اگر $\alpha = (1, 2, 3)$ و $\beta = (-3, 5, 4)$ بردارهایی از فضای اقلیدسی R^3 باشند. با توجه به اینکه $\|\alpha\| = 19$ و $\|\beta\|^2 = 50$ است

۸- تصویر α بر β کدام است؟

۱. $\frac{19}{50}(1, 2, 3)$ ۲. $\frac{19}{14}(-3, 5, 4)$ ۳. $\frac{19}{50}(-3, 5, 4)$ ۴. $\frac{19}{14}(1, 2, 3)$

۹- تصویر β بر α کدام است؟

۱. $\frac{19}{50}(1, 2, 3)$ ۲. $\frac{19}{14}(-3, 5, 4)$ ۳. $\frac{19}{50}(-3, 5, 4)$ ۴. $\frac{19}{14}(1, 2, 3)$

۱۰- مقادیر ویژه ماتریس زیر کدامند؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱. $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$ ۲. $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 3$
۳. $\lambda_1 = \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 1$ ۴. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = \lambda_3 = 3$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۵ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۱۱- کدام یک از دستگاه معادلات زیر بدو ضلع می باشند؟

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 6 & \cdot ۲ \\ 4x_1 + 6x_2 = 12 & \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 & \cdot ۱ \\ 1.0001x_1 + 2x_2 = 3.0001 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 & \cdot ۴ \\ x_1 + 2x_2 = 8 & \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 & \cdot ۳ \\ x_1 + x_2 = 2 & \end{cases}$$

۱۲- اگر X یک بردار در فضای R^n و A یک ماتریس حقیقی $n \times n$ باشد،

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad \cdot ۴ \quad \|X\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i| \quad \cdot ۳ \quad \|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad \cdot ۲ \quad \|X\|_p = \sum_{i=1}^n |x_i| \quad \cdot ۱$$

دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 = 35.25 \\ x_1 - 10x_2 + 3x_3 = 24.25 \\ -2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 24.25 \end{cases}$$

می خواهیم این دستگاه را با استفاده از روش ژاکوبی و گاوس - سایدل، با انتخاب $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$ حل نماییم. (با چهار رقم اعشار)۱۳- در روش ژاکوبی $X^{(1)}$ کدام است؟

$$(1.5670, -3.4420, -0.9850) \quad \cdot ۲ \quad (3.5250, -2.4250, 2.4250) \quad \cdot ۱$$

$$(3.6887, -1.3037, 2.7716) \quad \cdot ۴ \quad (3.7675, -1.3450, 2.4025) \quad \cdot ۳$$

۱۴- در روش ژاکوبی $X^{(2)}$ کدام است؟

$$(3.7675, -1.3450, 2.4025) \quad \cdot ۲ \quad (3.5250, -2.4250, 2.4250) \quad \cdot ۱$$

$$(1.2301, 3.3350, 1.3440) \quad \cdot ۴ \quad (1.5901, -0.4450, -1.4340) \quad \cdot ۳$$

۱۵- در روش گاوس - سایدل $X^{(2)}$ کدام است؟

$$(-2.2257, 2.4437, -1.2206) \quad \cdot ۲ \quad (-2.6557, 2.2337, -1.7006) \quad \cdot ۱$$

$$(3.6887, -1.3037, 2.7716) \quad \cdot ۴ \quad (2.2907, -2.3437, 0.2206) \quad \cdot ۳$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۵ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۱۶- بر اساس قضیه گرشگورین، مقادیر ویژه ماتریس زیر، حداکثر چه مقداری را می توانند اختیار کنند؟

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

۸ .۴

۷ .۳

۴ .۲

۵ .۱

می خواهیم بزرگترین مقدار ویژه ماتریس زیر را از نظر قدرمطلق با استفاده از روش توانی و با انتخاب $Y^{(0)} = (1, 0, 0)^t$ به دست آوریم.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 3 & 7 & 1 \\ 8 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

۱۷- بردار $X^{(1)}$ کدام است؟

۴ .۴ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0.3821 \\ 0.8943 \end{pmatrix}$

۳ .۳ $\begin{pmatrix} 15.375 \\ 5.875 \\ 13.75 \end{pmatrix}$

۲ .۲ $\begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.375 \\ 1 \end{pmatrix}$

۱ .۱ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

۱۸- بردار $Y^{(2)}$ کدام است؟

۴ .۴ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0.3821 \\ 0.8943 \end{pmatrix}$

۳ .۳ $\begin{pmatrix} 15.375 \\ 5.875 \\ 13.75 \end{pmatrix}$

۲ .۲ $\begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.375 \\ 1 \end{pmatrix}$

۱ .۱ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

می خواهیم مقادیر ویژه ماتریس زیر را به روش ژاکوبی به دست آوریم.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

۱۹- با استفاده از روابط روش ژاکوبی، زاویه θ_1 کدام است؟ (θ_1 بر حسب رادیان است).

۴ .۴ -0.6629

۳ .۳ -4

۲ .۲ -1.0095

۱ .۱ -0.3951



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۰۵ - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۲۰- با استفاده از روابط روش ژاکوبی، ماتریس A_2 کدام است؟

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7882 & 0.6154 \\ 0 & -0.6154 & 0.7872 \end{bmatrix} \cdot 1 \\ \begin{bmatrix} 1 & -0.2698 & 3.5954 \\ -2.698 & -0.1231 & 0 \\ 3.5954 & 0 & 8.1231 \end{bmatrix} \cdot 2 \\ \begin{bmatrix} 0.9230 & 0 & 0.3849 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.3849 & 0 & 0.9230 \end{bmatrix} \cdot 3 \\ \begin{bmatrix} -0.4993 & -0.2490 & 0 \\ -0.2490 & -0.1231 & -0.1038 \\ 0 & -0.1038 & 9.6224 \end{bmatrix} \cdot 4 \end{matrix}$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید A یک ماتریس 2×1 و B یک ماتریس 1×2 باشد. نشان دهید ماتریس $C = AB$ وارونپذیر نمی باشد. ۱.۴۰ نمره

۲- اگر فضای V متناهی البعد باشد در آن صورت هر دو پایه برای V متناهی و از نظر تعداد عضو، با هم برابرند. ۱.۴۰ نمره

۳- عملگر خطی T را روی R^3 به صورت $T(x, y, z) = (3x, x - y, 2x + y + z)$ در نظر بگیرید. آیا T معکوسپذیر است؟ در صورت معکوسپذیری T^{-1} را مشخص نمایید. ۱.۴۰ نمره

۴- ماتریس زیر را با استفاده از تجزیه کروت به حاصل ضرب LU تجزیه کنید. ۱.۴۰ نمره

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -2 & -4 & 5 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

۵- ماتریس زیر را با استفاده از تبدیلات هاوس هولدر، به یک ماتریس پایین هسنبرگی تبدیل کنید. ۱.۴۰ نمره

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 9 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$