



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیان  
محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۱- کدامیک از اعمال دوتایی زیر جابجایی و شرکت پذیر است؟

۱. عمل  $*$  روی  $Z$  به صورت  $a * b = 2(a + b)$  .  
 ۲. عمل  $*$  روی  $Z$  به صورت  $a * b = a$  .  
 ۳. عمل  $*$  روی  $Z$  به صورت  $a * b = 2ab$  .  
 ۴. عمل  $*$  روی  $Z$  به صورت  $a * b = a$  .

۲- جواب معادله  $2 \oplus x \oplus 7 = 1$  در گروه  $(Z_{12}, \oplus)$  کدام است؟

۱.  $x = 0$  .  
 ۲.  $x = 4$  .  
 ۳.  $x = 2$  .  
 ۴.  $x = 1$  .

۳- رتبه عدد  $i$  در گروه اعداد مختلط غیر صفر تحت عمل ضرب کدام است؟

۱. ۴ .  
 ۲. ۸ .  
 ۳. ۱ .  
 ۴. این عدد دارای رتبه نامتناهی است.

۴- فرض کنید  $G$  گروهی از مرتبه ۱۰ و  $x \in G$  از مرتبه ۵ باشد. آنگاه  $O(x^2)$  کدام است؟

۱. ۵ .  
 ۲. ۲ .  
 ۳. ۱ .  
 ۴. ۱۰ .

۵- فرض کنید  $G$  یک گروه  $x, y \in G$  چنان باشد که  $xy^{-1} = x^2$ ،  $O(y) = 2$ ،  $x \neq e$ . آنگاه  $O(x)$  کدام است؟

۱. ۱ .  
 ۲. ۳ .  
 ۳. ۲ .  
 ۴. ۴ .

۶- مرکز گروه  $K_4 = \{e, a, b, c\}$  کدام است؟

۱.  $\{e\}$  .  
 ۲.  $K_4$  .  
 ۳.  $\{e, a\}$  .  
 ۴.  $\{a, b, c\}$  .

۷- گروه دوری  $G = \langle x \rangle$  از مرتبه  $n$  را در نظر بگیرید. توانهای  $x^s, x^r$  از  $x$  زیرگروه های برابر تولید می کنند اگر و فقط اگر:

۱.  $r = s$  .  
 ۲.  $r$  مضربی از  $s$  باشد .  
 ۳.  $s$  مضربی از  $r$  باشد .  
 ۴.  $(r, n) = (s, n)$  .

۸- فرض کنید  $G = \langle a \rangle$  گروهی دوری از مرتبه ۶۰ باشد. تعداد مولدهای زیرگروه دوری  $\langle a^{16} \rangle$  کدام است؟

۱. ۱۶ .  
 ۲. ۳ .  
 ۳. ۱۵ .  
 ۴. ۸ .



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیان  
محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۹- کدام گزینه در مورد گروه  $Z_2 \times Z_2$  درست است؟

۱.  $Z_2 \times Z_2$  گروهی دوری است.  
۲. از نظر جبری  $Z_2 \times Z_2$  ساختاری مشابه با  $Z_4$  دارد.  
۳.  $Z_2 \times Z_2$  گروهی غیر آبلی است.  
۴.  $Z_2 \times Z_2$  همان گروه ۴-کلاین است.

۱۰- رتبه عضو  $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$  در گروه  $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$  کدام است؟

۱. ۱۰  
۲. ۶۰  
۳. ۳۰  
۴. ۱

۱۱- برای هر  $n \geq 3$  مرکز گروه  $S_n$  کدام است؟

۱.  $S_n$   
۲.  $A_n$   
۳.  $Z_n$   
۴.  $\{\varepsilon\}$

۱۲- شاخص زیرگروه  $H = \langle \bar{2} \rangle$  از گروه  $(Z_{10}, \oplus)$  کدام است؟

۱. ۲  
۲. ۵  
۳. ۱۰  
۴. ۱

۱۳- فرض کنید  $G = (Z, +)$  و  $H = \langle 2 \rangle$ . در این صورت کدام گزینه در مورد گروه  $\frac{G}{H}$  درست است.

۱. گروهی نامتناهی است.  
۲. گروهی ۲ عضوی است.  
۳. گروهی غیر دوری است.  
۴. گروهی غیر آبلی است.

۱۴- مرتبه گروه متناوب  $A_4$  کدام است؟

۱. ۴  
۲. ۴!  
۳. ۱۲  
۴. ۶

۱۵- کدام گزینه درست است؟

۱. هر قلمرو صحیح یک میدان است.  
۲. هر میدان یک قلمرو صحیح متناهی است.  
۳. هر قلمرو صحیح نامتناهی یک میدان است.  
۴. هر میدان یک قلمرو صحیح است.

۱۶- فرض کنید  $R$  حلقه ای با عضو یکه و  $u \in R$  یک یکه باشد. در اینصورت:

۱.  $u$  یک مقسوم علیه صفر در  $R$  است.  
۲. اگر  $nu = 0, r \in R$  آنگاه  $r = 0$ .  
۳. عنصری چون  $v$  در  $R$  موجود است که  $uv = 0$ .  
۴.  $u = 1$ .



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیان  
محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۱۷- فرض کنید  $R$  حلقه غیر صفر و با عضو یکه باشد.  $R$  یک حلقه بخشی است هر گاه:

۰۱. هر عضو  $R$  یک یکه باشد.  
۰۲.  $(R, \cdot)$  یک گروه باشد.  
۰۳.  $(R - \{0\}, \cdot)$  یک گروه آبدلی باشد.  
۰۴. هر عضو غیر صفر  $R$  یک یکه باشد.

۱۸- در حلقه تعویض پذیر  $R$  با عضو یکه ایده آل  $I$  اول است اگر و فقط اگر:

۰۱.  $\frac{R}{I}$  یک میدان باشد.  
۰۲.  $\frac{R}{I}$  یک حلقه بخشی باشد.  
۰۳.  $\frac{R}{I}$  یک دامنه صحیح باشد.  
۰۴.  $\frac{R}{I}$  حلقه صفر باشد.

۱۹- کدام گزینه نادرست است؟

۰۱. مشخصه هر میدان متناهی عددی اول است.  
۰۲. مشخصه میدان  $Q$  صفر است.  
۰۳. میدان  $Z_{11}$  از مشخصه ۱۱ است.  
۰۴.  $Z_p$  برای عدد اول  $p$  از مشخصه صفر است.

۲۰- فرض کنید  $S$  یک زیرحلقه  $R$  و  $I$  یک ایده آل حلقه  $R$  باشد. حلقه خارج قسمتی  $\frac{S}{S \cap I}$  با کدامیک از حلقه های زیر

یکریخت است؟

۰۱.  $\frac{S}{I}$   
۰۲.  $\frac{S+I}{I}$   
۰۳.  $\frac{S+I}{S}$   
۰۴.  $\frac{I}{S}$

### سوالات تشریحی

۱- فرض کنید  $\langle x \rangle \triangleleft G$  گروهی دوری از مرتبه  $n$  باشد. نشان دهید که به ازای هر عدد صحیح و مثبت  $G, m$  دارای زیرگروهی از مرتبه  $m$  است اگر و تنها اگر  $n, m$  را تقسیم کند.

۲- فرض کنید  $G$  یک گروه باشد نشان دهید هر زیرگروه از  $Z(G)$  در  $G$  نرمال است و از آنجا نتیجه بگیرید که اگر  $G$  آبدلی باشد آنگاه هر زیرگروه آن نرمال است.

۳- فرض کنید  $\varphi: S_n \rightarrow \{-1, 1\}, \cdot$  چنان باشد که برای جایگشت دلخواه و زوج  $\varphi(f) = 1, f$  و برای جایگشت دلخواه و فرد  $\varphi(f) = -1, f$ .

ابتدا نشان دهید که  $\varphi$  یک همریختی پوشا است سپس هسته  $\varphi$  را پیدا کرده و نشان دهید که

$$\frac{S_n}{A_n} \cong \{-1, 1\}, \cdot$$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضیان  
محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۳۲۵

۴- فرض کنید  $D$  قلمرو صحیحی باشد که دارای تعدادی متناهی ایده آل است. ثابت کنید که  $D$  یک میدان است. ۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید که در حلقه تعویض پذیر با عضو یکه  $R$  شرط لازم و کافی برای آنکه ایده آل  $I$  اول باشد آن است که  $\frac{R}{I}$  قلمرو صحیح باشد. ۱.۴۰ نمره

مبانی جبر نیمسال دوم ۹۱-۹۲

ج	1
ب.ب	2
الف	3
الف	4
ب.ب	5
ب.ب	6
د	7
د	8
د	9
ج	10
د	11
الف	12
ب.ب	13
ج	14
د	15
ب.ب	16
د	17
ج	18
د	19
ب.ب	20