



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - ، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸)

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر  $X$  دارای تابع چگالی  $f(x)$  باشد، آنگاه تابع چگالی  $Y = |X|$  برابر است با:

$$F(y) - F(-y) \quad .1 \quad f(y) - f(-y) \quad .2 \quad f(y) + f(-y) \quad .3 \quad F(y) + F(-y) \quad .4$$

۲- اگر  $X$  تعداد شیرهایی باشد که در چهار پرتاب یک سکه ی همگن به دست می آیند. در توزیع احتمال

$$p(Z=1), Z = (X-1)^2 \text{ چقدر است؟}$$

$$\frac{4}{16} \quad .1 \quad \frac{8}{16} \quad .2 \quad \frac{1}{16} \quad .3 \quad \frac{7}{16} \quad .4$$

۳- اگر چگالی توام  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x_1+x_2)} & x_1 > 0, x_2 > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$  باشد. در تبدیل  $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_2}, \frac{\partial x_2}{\partial y}$  برابر است با:

$$-\frac{x_1}{y^2} \quad .1 \quad -\frac{x_2}{y^2} \quad .2 \quad -\frac{x_1}{y} \quad .3 \quad -\frac{x_2}{y} \quad .4$$

۴- اگر  $M_Y(t) = [1 + \frac{3}{4}(e^t - 1)]^4$  باشد، آنگاه  $Y$  دارای چه توزیعی است؟

$$ber(3/4) \text{ برنولی} \quad .1 \quad POI(4) \text{ پواسن} \quad .2$$

$$bin(4, 1/4) \text{ دو جمله ای} \quad .3 \quad bin(4, 3/4) \text{ دو جمله ای} \quad .4$$

۵- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از جامعه ای نامتناهی با میانگین ۴ و واریانس ۱۶ باشد، به ازای  $c = 2$ ، احتمالاینکه  $\bar{X}$  مقداری بین  $\mu + c, \mu - c$  اختیار کند حداقل برابر است با:

$$\frac{16}{40} \quad .1 \quad \frac{24}{40} \quad .2 \quad \frac{16}{20} \quad .3 \quad \frac{24}{20} \quad .4$$

۶- هرگاه نمونه ای تصادفی به اندازه ی  $n = 4$  از جامعه ای متناهی به اندازه ی  $N = 12$  استخراج شود احتمال هر نمونه ی

ممکن چقدر است؟

$$\frac{1}{495} \quad .1 \quad \frac{1}{3} \quad .2 \quad \frac{1}{4} \quad .3 \quad \frac{1}{132} \quad .4$$

۷- اگر  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، تابع مولد توزیع  $Y = X^2$  برابر است با:

$$e^{-\frac{1}{2}t^2} \quad .1 \quad (1-2t)^{-1} \quad .2 \quad (1-2t)^{-1/2} \quad .3 \quad e^{-\frac{1}{2}t^2} \quad .4$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۷۰۷۸

۸- اگر  $b(\theta) = 5, E[(\hat{\theta} - \theta)^2] = 54$  باشد، آنگاه  $\text{var}(\hat{\theta})$  برابر است با:

۱. ۷۹      ۲. ۴۹      ۳. ۵۹      ۴. ۲۹

۹- اگر  $Z, Y$  متغیرهای تصادفی مستقل باشند،  $Y$  دارای توزیع خی دو با  $V$  درجه آزادی و  $Z$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، کدامیک از تبدیل های زیر دارای توزیع  $t$  با  $V$  درجه آزادی است؟

۱.  $T = Z^2$       ۲.  $T = \frac{Z}{\sqrt{Y/V}}$       ۳.  $T = \frac{Z}{\sqrt{Y}}$       ۴.  $T = \frac{Z}{Y/V}$

۱۰- اگر  $X$  دارای توزیع  $t$  با ۸ درجه آزادی باشد  $\frac{1}{X^2}$  دارای چه توزیعی است؟

۱.  $\chi_8^2$       ۲.  $F_{(1,8)}$       ۳.  $F_{(8,1)}$       ۴.  $Z$

۱۱- اگر  $X$  دارای توزیع دوجمله ای با پارامترهای  $\theta, n$  باشد آنگاه  $E(\frac{X}{n}) = \theta$ . در اینصورت  $\frac{X}{n}$ :

۱. یک برآورد سازگار برای  $\theta$  است.      ۲. یک برآورد کارا برای  $\theta$  است.  
۳. یک برآورد نارایب برای  $\theta$  است.      ۴. یک برآورد بسنده برای  $\theta$  است.

۱۲- برآوردکننده های سازگار.....

۱. لزومی ندارد نارایب یا مجانبا نارایب باشند.      ۲. مجانبا نارایب هستند.  
۳. لزوما نارایب نیستند اما مجانبا نارایب هستند.      ۴. لزوما نارایب هستند.

۱۳- اگر  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$  یک برآورد درستنمایی برای واریانس جامعه نرمال به حجم  $n$  باشد آنگاه:

۱.  $s$  یک برآورد درستنمایی ماکسیمم برای  $\sigma$  است.      ۲.  $\hat{\sigma}$  یک برآورد درستنمایی ماکسیمم برای  $\sigma$  است.  
۳.  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \mu)^2$  یک برآورد درستنمایی ماکسیمم برای  $\sigma^2$  است.      ۴.  $s^2$  یک برآورد درستنمایی ماکسیمم برای  $\sigma^2$  است.

۱۴- اگر نمونه ای تصادفی به اندازه  $n = 20$  از یک جامعه ی نرمال با واریانس  $\sigma^2 = 225$  دارای میانگین  $\bar{x} = 64.3$  باشد، یک فاصله ی اطمینان ۹۵% برای میانگین  $\mu$  بسازید. (عدد جدول = ۱.۹۶)

۱.  $70.9 < \mu < 57.7$       ۲.  $58.7 < \mu < 69.8$       ۳.  $57.7 < \mu < 70.9$       ۴.  $69.8 < \mu < 58.7$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸

۱۵- در جامعه های غیر نرمال با واریانس های معلوم  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ ، اگر  $n_1, n_2 \geq 30$  باشد. آماره آزمون برای فاصله اطمینان  $\mu_1 - \mu_2$  دارای چه توزیعی است؟

۲.  $n(0,1)$

۱.  $t_{n_1+n_2-2}$

۴. از قضیه چبیشف استفاده می کنیم.

۳.  $\chi^2_{n_1+n_2-2}$

۱۶- اگر  $X$  یک متغیر دوجمله ای با پارامترهای  $\theta, n$  با  $n$  بزرگ باشد. آنگاه واریانس  $\hat{\theta} = \frac{X}{n}$  برابر است با:

۴.  $\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}$

۳.  $\sqrt{n\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}$

۲.  $n\hat{\theta}(1-\hat{\theta})$

۱.  $\sqrt{\frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}}$

۱۷- ناحیه ی بحرانی آزمون:

۲. خطای نوع دوم است.

۱. خطای نوع اول است.

۴. ۱- خطای نوع اول است.

۳. توان آزمون است.

۱۸- یک ناحیه ی بحرانی آزمون فرض ساده ی  $\theta = \theta_0$  در برابر فرض مقابل  $\theta = \theta_1$  را بهترین یا تواناترین می نامند هرگاه:

۲. توان آزمون در  $\theta = \theta_1$  ماکسیمم باشد.

۱. توان آزمون در  $\theta = \theta_0$  ماکسیمم باشد.

۴. خطای نوع اول در  $\theta = \theta_1$  ماکسیمم باشد.

۳. خطای نوع اول در  $\theta = \theta_0$  ماکسیمم باشد.

۱۹- برای  $n$  بزرگ، توزیع  $-2 \ln \lambda$ ، تحت شرایط بسیار کلی، چیست؟

۴.  $\chi^2_{(1)}$

۳.  $t$

۲.  $\chi^2_{(n)}$

۱. نرمال استاندارد

۲۰- وقتی فرض مقابل به صورت  $\mu < \mu_0$  باشد،  $-P$  مقدار عبارتست از:

۲.  $p(\bar{X} \geq \bar{x})$  است هنگامی که فرض صفر درست است.

۱.  $p(\bar{X} \leq \bar{x})$  است هنگامی که فرض صفر درست است.

۴.  $p(\bar{X} \geq \bar{x})$  است هنگامی که فرض مقابل درست است.

۳.  $p(\bar{X} \leq \bar{x})$  است هنگامی که فرض مقابل درست است.

۲۱- واریانس نمونه ای یک نمونه تصادفی به حجم  $n_1 = 21$  از جامعه ای  $s_1^2 = 1.6$  و واریانس نمونه ای یک نمونه ی دیگر به

حجم  $n_2 = 16$ ،  $s_2^2 = 2$  است. واریانس ادغام شده ی این دو نمونه کدامست؟

۴.  $s_p^2 = \frac{37}{36}$

۳.  $s_p^2 = \frac{35}{62}$

۲.  $s_p^2 = \frac{62}{35}$

۱.  $s_p^2 = \frac{3.6}{37}$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸

۲۲- با مفروض بودن نمونه های تصادفی مستقل به اندازه های  $n_1, n_2$  از دو جامعه ی نرمال با واریانس های  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  ناحیه ی بحرانی متناظر با اندازه ی  $\alpha$  برای آزمون فرض صفر  $\sigma_2^2 = \sigma_1^2$  در برابر فرض های مقابل یکطرفه  $\sigma_2^2 > \sigma_1^2$  ،  $\sigma_2^2 < \sigma_1^2$  به ترتیب عبارتند از:

$$\begin{array}{llll} ۱. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq f_{\alpha, n_1-1, n_2-1} & ۲. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq f_{\alpha, n_1-1, n_2-1} \\ ۳. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq f_{\alpha, n_2-1, n_1-1} & ۴. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq f_{\alpha, n_1-1, n_2-1} \\ ۱. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \leq f_{\alpha, n_1-1, n_2-1} & ۲. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq f_{\alpha, n_2-1, n_1-1} \\ ۳. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq f_{\alpha, n_1-1, n_2-1} & ۴. & \frac{s_1^2}{s_2^2} \geq f_{\alpha, n_2-1, n_1-1} \end{array}$$

۲۳- یک بررسی نشان می دهد که از صاحبان ۲۰۰ اتومبیل ۲۲ نفر از بنزین تولیدی شرکتی استفاده نکرده اند. در سطح

معنی دار بودن ۰.۰۱ ، مقدار آماره آزمون را برای  $\begin{cases} H_0 : \theta = 0.20 \\ H_1 : \theta < 0.20 \end{cases}$  کدام است؟

$$۱. z = -4.08 \quad ۲. z = -3.18 \quad ۳. z = 4.08 \quad ۴. z = 3.18$$

۲۴- در یک جدول  $3 \times 4$  مقدار درجه ی آزادی توزیع  $\chi^2$  برابر است با:

$$۱. 12 \quad ۲. 6 \quad ۳. 9 \quad ۴. 19$$

۲۵- برای به دست آوردن توزیع مجموعه ای از داده ها از چه آزمونی استفاده می کنیم؟

$$۱. استقلال \quad ۲. تحلیل جدول  $r \times c \quad ۳. نسبت موفقیت \quad ۴. نیکویی برازش$$$

### سوالات تشریحی

۱- اگر  $\bar{X}$  میانگین یک نمونه ی تصادفی به اندازه ی  $n$  از جامعه ی متناهی به اندازه  $N$  با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد، آنگاه  $E(\bar{X}), \text{var}(\bar{X})$  را به دست آورید. ۱.۷۵ نمره

۲- اگر  $X_3, X_2, X_1$  نمونه ای تصادفی به اندازه ی  $n=3$  از جامعه ای برنولی باشد، نشان دهید که  $Y = X_1 + 2X_2 + X_3$  یک برآوردکننده ی بسنده ی  $\theta$  نیست. ۱.۷۵ نمره

۳- اگر  $\begin{cases} n_2 = 8 \\ s_2^2 = 0.7 \\ \bar{x}_2 = 2.7 \end{cases}$  و  $\begin{cases} n_1 = 10 \\ s_1^2 = 0.5 \\ \bar{x}_1 = 3.1 \end{cases}$  باشد. ۱.۷۵ نمره

الف) یک فاصله ی اطمینان ۹۸٪ برای  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$  پیدا کنید.  $f_{0.01, 7, 9} = 5.61, f_{0.01, 9, 7} = 6.72$

ب) فرض  $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$  وقتی که  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  و مجهول هستند را در سطح  $\alpha = 0.05$  آزمون کنید.  
 $z = 1.96, t = 2.20$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر) (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸)

نمره ۱.۷۵

۴- نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نمایی برای آزمون این فرض که پارامتر آن  $\theta = \theta_0$  در مقابل  $\theta = \theta_1$  بکار می رود. از لم نیمن پیرسون استفاده کرده تواناترین ناحیه ی بحرانی به اندازه  $\alpha$  را پیدا کنید.  
 $\theta_1 > \theta_0$

آمار ۲ ترم دوم ۹۲-۹۳

ج	1
د	2
الف	3
د	4
ب.ب	5
الف	6
ج	7
د	8
ب.ب	9
ج	10
ج	11
الف	12
ب.ب	13
ج	14
ب.ب	15
د	16
الف	17
ب.ب	18
د	19
الف	20
ب.ب	21
د	22
ب.ب	23
ب.ب	24
د	25