



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: (ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض)

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲

۱- فرض کنید  $A = (0, \frac{1}{2})$ ,  $B = \{\frac{2}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ . در این صورت  $SupAB$  کدام است؟

۱. ۱      ۲.  $\frac{1}{2}$       ۳. ۲      ۴. صفر

۲- اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند و  $y > 0$  آنگاه عدد طبیعی مانند  $n$  وجود دارد بطوریکه:

۱.  $ny > x$       ۲.  $nx > y$       ۳.  $ny < x$       ۴.  $nx < y$

۳- مجموع حد بالا و حد پایین دنباله ی  $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cos n\pi \right\}$  کدام است؟

۱.  $e$       ۲.  $-e$       ۳. صفر      ۴.  $2e$

۴- اگر دنباله ی  $\{x_n\}$  با ضابطه ی  $x_1 > 1$  و  $x_{n+1} = 2 - \frac{1}{x_n}$ ، آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  کدام است؟

۱. ۱      ۲.  $-1$       ۳. صفر      ۴. وجود ندارد.

۵- فرض کنید همواره  $a_n \geq 0, a_n \neq 1$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا باشد. در این صورت کدام سری ممکن است همگرا نباشد؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$       ۲.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1-a_n}$       ۳.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$       ۴.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$

۶- حاصل  $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{2}{(n-3)!}$  کدام است؟

۱.  $2e-1$       ۲.  $2e-2$       ۳.  $2e+1$       ۴.  $2e+2$

۷- کدام یک از سری های زیر واگراست؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2}$       ۲.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$       ۳.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$       ۴.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}$

۸- در مورد مجموعه ی  $(0,1)$  کدام گزینه درست است؟

۱. باز است.      ۲. بسته است.      ۳. فشرده است.      ۴. کراندار است.

۹- کدام یک از مجموعه های زیر در  $R$  همبند است؟

۱.  $R - \{0\}$       ۲.  $R$       ۳.  $Q$       ۴.  $Z$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (د)

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲

۱۰- فرض کنید  $E$  مجموعه نقاطی از  $[0,1]$  باشد که در بسط اعشاری آنها فقط ۲ و ۵ ظاهر می شود. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱.  $E$  شمارش پذیر است.  
۲.  $E$  در  $[0,1]$  چگال است.  
۳.  $E$  کراندار نیست.  
۴.  $E$  فشرده است.

۱۱- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$  کدام است؟

۱.  $e$       ۲. ۱      ۳. صفر      ۴. وجود ندارد.

۱۲- فرض کنید  $f(x) = \begin{cases} \sin x & , x \in Q \\ \cos x & , x \notin Q \end{cases}$  در این صورت  $f$  در کدام نقطه زیر پیوسته است؟

۱.  $\frac{7\pi}{4}$       ۲.  $\frac{11\pi}{4}$       ۳.  $-\frac{3\pi}{4}$       ۴.  $\frac{15\pi}{4}$

۱۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱. تصویر مستقیم هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه فشرده، فشرده است.  
۲. تصویر مستقیم هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه همبند، همبند است.  
۳. تصویر مستقیم هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه کراندار، کراندار است.  
۴. تصویر وارون هر تابع پیوسته تحت یک مجموعه بسته، بسته است.

۱۴- کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \in Q \\ -x^2 & , x \notin Q \end{cases}$  درست است؟

۱. تنها در صفر مشتق پذیر است.  
۲. بر  $R$  مشتق پذیر است.  
۳. تنها در اعداداصم مشتق پذیر است.  
۴. تنها در اعداد گویا مشتق پذیر است.

۱۵- اگر  $f: (a,b) \rightarrow R$  تعریف شده باشد و  $c \in (a,b)$  و  $f'(c) = A$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{h}$  کدام است؟

۱.  $A$       ۲.  $2A$       ۳.  $\frac{1}{2}A$       ۴. وجود ندارد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (د)

آمار ریاضی ۱۱۱۳۲۲

۱۶- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2x}$  کدام است؟

۱. ۱      ۲.  $e$       ۳. ۰      ۴. -۲

۱۷- اگر  $P_1$  و  $P_2$  دو افراز از  $[a, b]$  باشند و  $P_2 \subseteq P_1$  آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱.  $L(P_2, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$       ۲.  $U(P_2, f, \alpha) \leq U(P_1, f, \alpha)$

۳.  $L(P_1, f, \alpha) \leq L(P_2, f, \alpha)$       ۴.  $U(P_2, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$

۱۸- فرض کنید  $a < c < b$  و  $f$  در  $c$  پیوسته باشد و  $\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq c \\ 1, & x > c \end{cases}$  در این صورت حاصل  $\int_a^b f d\alpha$  کدام است؟

۱.  $f(c)$       ۲. صفر      ۳.  $f(c)(b-a)$       ۴. وجود ندارد.

۱۹- دنباله  $\{f_n\}$  با کدام ضابطه بر بازه  $(0, 1)$  همگرای یکنواخت است؟

۱.  $f_n(x) = \frac{1-x^n}{1-x}$       ۲.  $f_n(x) = \frac{\cos nx}{nx}$       ۳.  $f_n(x) = \frac{nx^3}{1+nx}$       ۴.  $f_n(x) = nxe^{-nx}$

۲۰- حاصل  $1+2x+3x^2+4x^3+\dots$  وقتی  $|x| < 1$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{(1+x)^2}$       ۲.  $\frac{1}{1+x^2}$       ۳.  $\frac{1}{1-x^2}$       ۴.  $\frac{1}{(1-x)^2}$

### سوالات تشریحی

۱- قضیه تراکم کوشی را بیان و اثبات نمائید.

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید زیرفضای  $X$  از فضای متریک کامل  $(M, d)$  فقط و فقط وقتی کامل است که بسته باشد.

۱.۴۰ نمره

۳- اگر  $f$  بر  $(a, b)$  صعودی باشد، ثابت کنید مجموعه ی نقاط ناپیوستگی  $f$  متناهی یا شمارشپذیر است.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید  $f$  بر  $[a, b]$  دارای مشتق متناهی است و  $f(a) = f(b) = 0$ . ثابت کنید به ازای هر  $\lambda$  عددی مانند  $a < c < b$  وجود دارد بطوریکه  $f'(c) = \lambda f(c)$ .

۱.۴۰ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (ج)

آمار ریاضی ۱۱۱۱۳۲۲

۱۰۴۰ شماره

۵- فرض کنید  $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n|$  به طور یکنواخت همگرا و  $\{g_n\}$  بطور یکنواخت کراندار باشد. در این صورت ثابت کنید

سری  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n g_n$  به طور یکنواخت همگراست.