



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۳۷ -، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض جبر) (۱۱۱۱۳۲۵)

۱- فرض کنید $G = \{1, -1, i, -i\}$ بطوریکه i عنصر موهومی اعداد مختلط ($i^2 = -1$) باشد و اعمال $*$ و \square

بصورت $a \square b = ab$ و $a * b = a + b$ تعریف شده باشند، آنگاه کدام گزینه برقرار است؟

۱. عمل $*$ یک عمل دو تایی است
 ۲. عمل \square یک عمل دو تایی است.
 ۳. اعمال $*$ و \square هر دو عمل دو تایی است
 ۴. هیچکدام از این دو عمل، دو تایی نمی باشند.

۲- چه تعداد عمل دو تایی روی یک مجموعه دو عضوی می توان تعریف کرد؟

۱. ۲
 ۲. ۴
 ۳. ۸
 ۴. ۱۶

۳- هر گاه عمل دو تایی \square روی مجموعه اعداد صحیح نامنفی باضابطه $n \square m = m^2 + n^2$ تعریف کنیم آنگاه کدام گزینه برقرار است؟

۱. عضو همانی دارد ولی هر عضو آن معکوس ندارد
 ۲. عضو همانی ندارد ولی هر عضو آن معکوس دارد.
 ۳. هم عضو همانی دارد و هم عضو معکوس
 ۴. عضو همانی ندارد و هر عضو آن معکوس ناپذیر است

۴- فرض کنید x عضو گروه G باشد، بطوریکه برای هر g داخل G داشته باشیم $gx = x$ ، آنگاه کدام گزینه برقرار است

۱. G دو عضوی است
 ۲. G دارای بی نهایت عضو می باشد.
 ۳. G تک عضوی است
 ۴. G پنج عضوی است.
 ۵- اگر بدانیم مرتبه تمام عناصر یک گروه دلخواه G برابر ۲ می باشد، آنگاه در مورد G کدام گزینه برقرار است؟
 ۱. G گروهی دوری است.
 ۲. G گروهی آبلی است.
 ۳. G گروهی غیر آبلی
 ۴. چنین گروهی موجود نیست.

۶- در گروه دلخواه G در مورد عضو خود توان $(\forall g \in G: g^2 = g)$ کدام گزینه برقرار است؟

۱. عضوهای خود توان G تمام اعضای گروه G می باشند.
 ۲. عضوهای خود توان G فقط عضو خنثی می باشد.
 ۳. گروه هایی از مرتبه زوج، فقط عضو خود توان دارند.
 ۴. گروه هایی از مرتبه فرد، فقط عضو خود توان دارند.



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۳۷) - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر) (۱۱۱۱۳۲۵)

۷- فرض کنید $a, b \in G$ بطوریکه برای عضو x در G داشته باشیم $b = x^{-1}ax$. آنگاه در مورد مرتبه های a و b یعنی $o(a)$ و $o(b)$ کدام گزینه برقرار است؟

۱. $o(a) > o(b)$ ۲. $o(a) < o(b)$

۳. $o(a) = o(x) = o(b)$ ۴. $o(a) = o(b)$

۸- فرض کنیم G یک گروه و $a \in G$. اگر نماد $N(a)$ معرف زیر گروه مرکز ساز عضو a یعنی $N(a) = \{g \in G \mid ga = ag\}$ در G و نماد $Z(G)$ معرف مرکز G باشد. آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $N(a) = Z(G)$ ۲. $N(a) \subseteq Z(G)$

۳. $Z(G) \subseteq N(a)$ ۴. $\frac{G}{Z(G)} \cong N(a)$

۹- فرض کنیم p یک عدد اول است. اگر گروه متناهی غیر بدیهی G دارای هیچ زیر گروه غیر بدیهی نباشد. آنگاه در مورد مرتبه G کدام گزینه می تواند برقرار باشد؟

۱. $|G| = p-1$ ۲. $|G| = p^2$ ۳. $|G| = 2p$ ۴. $|G| = p$

۱۰- فرض کنید G یک گروه و H و K زیر گروههایی از G باشند بطوریکه H گروهی متناهی از مرتبه یک عدد اول باشد و همچنین $H \cap K \neq \{e\}$ آنگاه کدام گزینه برقرار است.

۱. $H = G$ ۲. $K = G$ ۳. $H \subseteq K$ ۴. $K \subseteq H$

۱۱- اگر $G_1 \cong G_2$ (نماد \cong یکسانی و $Z(G)$ نماد مرکز گروه G می باشد) آنگاه کدام گزینه برقرار است.

۱. $Z(G_1) \subseteq Z(G_2)$ ۲. $Z(G_2) \subseteq Z(G_1)$

۳. $Z(G_1) \cong Z(G_2)$ ۴. $G_1 = Z(G_1)$

۱۲- تعداد زیر گروههای گروه Z_{10} چند تا است

۱. ۱۰ تا ۲. ۵ تا ۳. ۴ تا ۴. ۲ تا



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۳۷) - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر) (۱۱۱۱۳۲۵)

۱۳- اگر G گروهی از مرتبه ۱۵ و H زیرگروهی از مرتبه ۳ و K زیرگروه نرمال از مرتبه ۵ باشد آن گاه کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. G دارای هشت زیرگروه است. ۲. G گروهی غیرآبلی است.
۳. $G = H \cup K$ ۴. $G = HK$

۱۴- اگر زیر گروه H از G تنها زیر گروه از مرتبه $o(H)$ در G باشد آنگاه:

۱. $H = G$ ۲. $H \trianglelefteq G$ ۳. $H \subseteq Z(G)$ ۴. $H = Z(G)$

۱۵- در مورد جایگشت های $h = (1\ 2)(2\ 5\ 3\ 6)(1\ 2\ 3\ 4), f = (1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6)$ کدام گزینه درست است؟

۱. f زوج و h فرد ۲. f فرد و h زوج
۳. f و g هر دو فرد هستند ۴. f و g هر دو زوج هستند.

۱۶- کدام گزینه درست است؟

۱. Z_4 با K_4 (گروه کلاین) یکسان است.
۲. $Z_2 \times Z_2$ دوری است.
۳. $Z_2 \times Z_3$ دوری است.
۴. اگر $N_1 \triangleleft G_1$ و $N_2 \triangleleft G_2$ ، آنگاه $N_2 \times N_1$ نرمال در $G_2 \times G_1$ نمی باشد

۱۷- مشخصه میدان های \mathbb{Q} (اعداد گویا) و \mathbb{Z}_3 بترتیب عبارتند از:

۱. $3, \infty$ ۲. $3, 0$ ۳. $0, 3$ ۴. $\infty, 3$

۱۸- حلقه Z (اعداد صحیح) در کدام گزینه صدق می کند؟

۱. یک حلقه بخشی است. ۲. یک میدان است.
۳. تنها یک ایده آل دارد. ۴. یک قلمرو صحیح است



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۳۷) - ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر) (۱۱۱۱۳۲۵)

۱۹- برای هر عدد اول p ، کدام یک از گزینه های زیر همواره ایده آل ماکسیمال مربوط به حلقه اعداد صحیح است؟

۱. Z_p ۲. Z_{p^2} ۳. pZ ۴. p^2Z

۲۰- تعداد ایده آلهای ماکسیمال غیربدیهی مربوط به میدان F (می دانیم میدان همواره یک حلقه می باشد) چند تا است؟

۱. ۲ ۲. $|F|$ ۳. صفر ۴. $|F|-1$

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید اگر G گروه دوری باشد آنگاه G آبلی است و سپس در مورد درستی یا نادرستی عکس مطلب داده شده اظهار نظر کنید؟
نمره ۱.۴۰

۲- نشان دهید که S_n برای هر n ($n \geq 3$) دارای مرکز بدیهی است.
نمره ۱.۴۰

۳- ثابت کنید اگر $\phi: G \rightarrow H$ یک یکسانی گروهها باشد آنگاه $\phi^{-1}: H \rightarrow G$ نیز یک یکسانی است.
نمره ۱.۴۰

۴- فرض کنید f یک همسانی غیر یک به یک به فرم $f: Z \rightarrow F$ از حلقه اعداد صحیح بر روی میدان F باشد. آنگاه نشان دهید $F \cong Z_p$ که در آن p یک عدد اول می باشد.
نمره ۱.۴۰

۵- نشان دهید هر قلمرو صحیح متناهی یک میدان است.
نمره ۱.۴۰