

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ندارد

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. کدامیک تعریف ماتریس پایین هسنبرگی است؟

الف. $a_{ij} = 0$ برای $j > i + 1$

ب. $a_{ij} = 0$ برای $i > j + 1$

ج. $a_{ij} = 0$ برای $|i - j| > 1$

د. $a_{ij} = 0$ برای $i + j > 1$

۲. اگر $tr(X)$ نشاندهنده اثر ماتریس X باشد، کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

الف. $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

ب. $tr(\lambda A) = \frac{1}{\lambda} tr(A)$

ج. $tr(A) = tr(A^{-1})$

د. $tr(I_n) = 1$

۳. کدامیک از ماتریسهای زیر ماتریس جایگشت است؟

الف. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۴. کدامیک از ماتریسهای زیر هرمیتی است؟

الف. $\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} 5 & 3+i \\ 3-i & 2 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} i & -1 \\ 2 & -i \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} 2+i & 1+i \\ 1-i & 2-i \end{bmatrix}$

۵. وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} 2 & 3 & \frac{5}{2} & \frac{-3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & -5 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-5}{2} & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

نام درس: آنالیز عددی ۲
 رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ندارد

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

۶. کدامیک از ماتریسهای زیر ممکن است منفرد باشد؟
 الف. یک ماتریس اکیداً قطر غالب
 ب. یک ماتریس معین مثبت
 ج. یک ماتریس جایگشت
 د. یک ماتریس متعامد
۷. کدامیک از اعمال زیر ممکن است جواب دستگاه معادلات خطی را تغییر دهد؟
 الف. ضرب کردن یک معادله در یک عدد نا صفر
 ب. جابجا کردن دو معادله
 ج. افزودن مضربی از یک معادله به معادله دیگر
 د. ضرب کردن دو معادله در یکدیگر

۸. اگر λ_i ها مقادیر ویژه A باشند، آنگاه شعاع طیفی ماتریس A کدام است؟

الف. $\rho(A) = \min_{1 \leq i \leq n} \lambda_i$ ب. $\rho(A) = \max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i|$

ج. $\rho(A) = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ د. $\rho(A) = \sum_{i=1}^n \lambda_i$

۹. برای بردار $X = (2 \quad 4 \quad -1)$ مقدار $\|X\|_3$ کدام است؟
 الف. $\sqrt[3]{73}$ ب. $\sqrt[3]{21}$ ج. ۷ د. ۴

۱۰. نرم اقلیدسی ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟
 الف. ۳ ب. ۳ ج. $\sqrt{6}$ د. صفر

۱۱. کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

- الف. عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن ناصفرند.
 ب. برای هر ماتریس A ، داریم: $tr(AA^t) > 0$.
 ج. برای هر ماتریس A ، AA^t پادمتقارن است.
 د. اگر A متقارن و $tr(A^2) = 0$ آنگاه $A = 0$.

۱۲. در رابطه با عدد شرطی A کدام رابطه همواره برقرار است؟

الف. $C(A) \leq 1$ ب. $C(A) \geq 1$ ج. $C(A) \geq rank(A)$ د. $C(A) \leq \|A\|$



نام درس: آنالیز عددی ۲

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)

آزمون نمره منفی دارد ندارد

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

منبع: ..

۱۳. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 10X_1 - 2X_2 - X_3 = 3 \\ -X_1 + 5X_2 - X_3 = 6 \\ -X_1 - X_2 + 2X_3 = 3 \end{cases}$$

اگر قرار دهیم $X^{(0)} = (0 \ 0 \ 0)$ آنگاه مقدار $X^{(p)}$ با استفاده از روش ژاکوبی کدام است؟

الف. $(0/3 \ 1/36 \ 1/5)$

ب. $(0/69 \ 1/56 \ 2/25)$

ج. $(0/75 \ 2/21 \ 3/01)$

د. $(0/42 \ 1/27 \ 1/96)$

۱۴. تحت چه شرایطی دنباله حاصل از روش SOR برای هر انتخاب $X^{(0)}$ به جواب دستگاه $AX = b$ همگرا خواهد بود؟الف. برای هر ماتریس دلخواه A و هر مقدار دلخواه w .ب. برای ماتریس اکیداً قطر غالب A و هر مقدار دلخواه w .ج. برای ماتریس معین مثبت A و $0 < w < 2$.د. برای ماتریس وارون پذیر A و $w < 1$.۱۵. اگر A یک ماتریس معین مثبت سه قطری و B_g, B_j به ترتیب ماتریسهای تکراری روشهای ژاکوبی و گوس - سایدل باشند، بهترینانتخاب w برای روش SOR کدام است؟

الف. $\frac{2}{1 - \sqrt{1 + \rho(B_g)}}$

ب. $\frac{2}{1 + \sqrt{1 - \rho(B_g)}}$

ج. $\frac{1}{2 - \sqrt{1 + (\rho(B_j))^2}}$

د. $\frac{1}{2 + \sqrt{1 - (\rho(B_j))^2}}$

۱۶. اگر λ_i ها مقادیر ویژه A باشند، کدام رابطه صحیح است؟

الف. $tr(A) = \sum \lambda_i$ ب. $tr(A) = \prod \lambda_i$ ج. $det(A) = \sum (1 - \lambda_i)$ د. $det(A) = 1 - \prod \lambda_i$

۱۷. کدام گزاره در مورد مقادیر ویژه یک ماتریس معین مثبت، درست است؟

الف. مقادیر ویژه همواره ± 1 هستند.

ب. مختلط محض هستند.

ج. همواره حقیقی و مثبتند.

د. مقادیر ویژه قرینه دارد.

نام درس: آنالیز عددی ۲

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

منبع: ..

۱۸. برای ماتریس متقارن $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$ کدامیک $\rho(A)$ است؟

- الف. ۱ ب. ۵ ج. ۲ د. ۶

۱۹. در روش ویلکینسون از لحاظ تئوری، حداکثر سرعت همگرایی روش توانی برای $A - pI$ زمانی حاصل می شود که:

الف. $p = \lambda_1$ ب. $p = \lambda_n$ ج. $p = \lambda_1 + \lambda_n$ د. $p = \frac{\lambda_1 + \lambda_n}{۲}$

۲۰. کدام تقریب برای $\frac{\partial u}{\partial x} |_{i,j}$ دارای خطای برشی از مرتبه h^2 است؟

الف. $\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{۲h}$ ب. $\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{۲}$ ج. $\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{۲}$ د. $\frac{u_{i+1,j} - ۲u_{i,j} + u_{i-1,j}}{۲h}$

سوالات تشریحی:

«بارم هر سؤال ۲ نمره»

۱. نشان دهید هر گاه A یک ماتریس حقیقی $n \times n$ باشد، آنگاه $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

۲. چند جمله ای مشخصه ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & -۲ \\ ۰ & ۳ & ۴ \\ ۳ & ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ را به روش لورییر بیابید.

۳. ثابت کنید اگر A اکیداً قطر غالب باشد، نامنفرد است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

۴. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

ابتدا ماتریس ضرائب را به روش تجزیه کروت به حاصلضرب LU تجزیه کنید و سپس دستگاه را حل کنید.

۵. مقدار ویژه غالب ماتریس زیر را به روش توانی بیابید (روش توانی را تا سه تکرار ادامه دهید).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$$