

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴).

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدام یک از گزینه های زیر درست می باشد؟

$$(AB)^t = A^t B^t \quad .1$$

$$(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1} \quad .2$$

$$\det(A+B) = \det(A) + \det(B) \quad .3$$

$$\det(A) = \det(A^t) \quad .4$$

۲- اگر  $A$  یک ماتریس همگرا باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$A \text{ متعامد است.} \quad .1$$

$$A \text{ معین مثبت است.} \quad .2$$

$$\rho(A) < 1 \quad .3$$

$$A \text{ منفرد است.} \quad .4$$

۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه دو ماتریس  $A, A^t$  یکسان هستند.

۲. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه دو ماتریس  $A, A^t$  متفاوت هستند.

۳. مقادیر ویژه دو ماتریس  $A, A^t$  یکسان هستند ولی بردارهای ویژه متفاوتند.

۴. بردارهای ویژه دو ماتریس  $A, A^t$  یکسان هستند ولی مقادیر ویژه متفاوتند.

۴- اگر ماتریسهای  $A$  و  $C$  وارون پذیر باشند آنگاه:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & B \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix} \quad .2$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}BC^{-1} \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix} \quad .1$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -ABC \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix} \quad .4$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & C^{-1} \\ 0 & -A^{-1}BC^{-1} \end{bmatrix} \quad .3$$

۵- دترمینان یک ماتریس متعامد همواره...

۱. مثبت است.

۲. به درایه های ماتریس بستگی دارد.

۳.  $\pm 1$

۴. 1

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۶- فرض کنیم  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  در دستگاه معادلات خطی  $AX = b$  باشد. اگر  $\text{rank}(A|b) = \text{rank}(A) < n$  آنگاه:

۱. دستگاه جواب ندارد  
۲. دستگاه جواب یکتا دارد  
۳. دستگاه بی نهایت جواب دارد  
۴. دستگاه  $n$  جواب دارد

۷- اگر  $\|A\| = 2$  باشد، کدام گزینه می تواند شعاع طیفی ماتریس  $A$  باشد؟

۱. -2  
۲. ۳  
۳. ۱  
۴. ۴

۸- در روش گاوس-ژردن با انجام اعمال حذفی گوس ماتریس ضرایب به کدام یک از ماتریس های زیر تبدیل می شود؟

۱. پایین مثلثی  
۲. بالا مثلثی  
۳. قطری  
۴. سه قطری

۹- جواب دستگاه معادلات  $\begin{cases} 10^{-5}x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$  پس از محورگیری جزئی عبارتست از:

۱.  $x_2 = 1, x_1 = 1$   
۲.  $x_2 = 2, x_1 = 0$   
۳.  $x_2 = 0, x_1 = 2$   
۴.  $x_2 = 3, x_1 = -1$

۱۰- اگر  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  و  $\det(A) = 2, \text{tr}(A) = -3$  باشد چند جمله ای مشخصه ماتریس  $A$  کدام است؟

۱.  $\lambda^2 - 3\lambda - 2$   
۲.  $\lambda^2 + 3\lambda + 2$   
۳.  $\lambda^2 + 2\lambda - 3$   
۴.  $\lambda^2 + 2\lambda + 3$

۱۱- اگر  $A$  یک ماتریس معین مثبت باشد، با استفاده از روش چولسکی  $A$  را می توان به چه صورتی تجزیه کرد؟

۱.  $LL^{-1}$  ( $L$  یک ماتریس پایین مثلثی می باشد)  
۲.  $LL^t$  ( $L$  یک ماتریس پایین مثلثی می باشد)  
۳.  $L^{-1}L$  ( $L$  یک ماتریس پایین مثلثی می باشد)  
۴.  $LL^t$  ( $L$  یک ماتریس پایین مثلثی می باشد)

۱۲- اگر  $A$  یک ماتریس پادمتقارن باشد، آنگاه...

۱.  $A$  معین مثبت است.  
۲.  $A$  یک ماتریس قطری است.  
۳. درایه های قطری ماتریس  $A$  همگی صفر هستند.  
۴.  $A$  متعامد است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۱۳- عدد شرطی ماتریس  $A$  برابر است با:

$$\|A\| + \|A^{-1}\| \quad .1 \quad \|A\| \times \|A^{-1}\| \quad .2 \quad \frac{\|A\|}{\|A^{-1}\|} \quad .3 \quad \|A\| - \|A^{-1}\| \quad .4$$

۱۴- اگر  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n|$  مقادیر ویژه ماتریس  $A$  باشند، سرعت همگرایی روش توانی برای تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A^3$  به چه عاملی بستگی دارد؟

$$\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right| \quad .1 \quad \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^3 \quad .2 \quad \left| \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right| \quad .3 \quad \left| \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right|^3 \quad .4$$

۱۵- اگر روش تکراری  $X = BX + C$  معرف روش ژاکوبی باشد،  $C$  کدام است؟

$$C = D^{-1}b \quad .1 \quad C = -D^{-1}(L+U) \quad .2 \quad C = (L+D)^{-1}b \quad .3 \quad C = -D^{-1}b \quad .4$$

۱۶- 
$$\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = 6 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$
 دستگاه معادلات را در نظر بگیرید. اگر دستگاه را به روش گوس سایدل با

$X^{(0)} = (0, 0, 0)$  حل کنیم مقدار  $X^{(1)}$  برابر است با:

$$X^{(1)} = (0.3, 2.28, 1.26) \quad .1 \quad X^{(1)} = (0.3, 1.26, 2.28) \quad .2 \quad X^{(1)} = (0.3, 1.8, 0.78) \quad .3 \quad X^{(1)} = (0.3, 0.78, 1.8) \quad .4$$

۱۷- اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

$$\rho(A) \leq \max\{\|A\|_1, \|A\|_\infty\} \quad .1 \quad \rho(A) = \max\{\|A\|_1, \|A\|_\infty\} \quad .2 \quad \rho(A) \leq \min\{\|A\|_1, \|A\|_\infty\} \quad .3 \quad \rho(A) = \min\{\|A\|_1, \|A\|_\infty\} \quad .4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۱۸- اگر بخواهیم چند جمله ای مشخصه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  را با استفاده از روش کریلف و با انتخاب بردار

اولیه  $Y^{(0)} = (1, 0, 0, 0)^t$  به دست آوریم، مقدار  $Y^{(2)}$  برابر است با:

۱.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  .۲  $\begin{bmatrix} 20 \\ 18 \\ 22 \\ 30 \end{bmatrix}$  .۳  $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  .۴  $\begin{bmatrix} 30 \\ 22 \\ 18 \\ 20 \end{bmatrix}$

۱۹- اگر با استفاده از تبدیلات گیونز ماتریس متقارن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0.25 \\ 0.5 & 0.25 & 2 \end{bmatrix}$  را به یک ماتریس سه قطری تبدیل کنیم،

آنگاه مقدار  $\theta$  عبارتست از:

۱. 0 .۲  $2\pi$  .۳  $\frac{\pi}{2}$  .۴  $\frac{\pi}{4}$

۲۰- اگر  $X_t$  جواب واقعی و  $X_e$  جواب محاسبه شده دستگاه  $AX = b$  و  $C(A)$  عدد شرطی ماتریس  $A$  باشد آنگاه:

۱.  $\frac{\|r\|}{C(A)\|b\|} \leq \frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_t\|} \leq \frac{C(A)\|r\|}{\|b\|}$  .۲  $\frac{\|r\|}{C(A)\|b\|} \leq \frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_t\|} \leq \frac{C(A)\|r\|}{\|b\|}$  .۳  $\frac{\|r\|}{C(A)\|b\|} \geq \frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_t\|} \geq \frac{C(A)\|r\|}{\|b\|}$  .۴  $\frac{\|r\|}{C(A)\|b\|} \geq \frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_t\|} \geq \frac{C(A)\|r\|}{\|b\|}$

سری سوال: ۱: یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰: تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰: تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، آمار و کاربردها، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۹۰۰۴)

### سوالات تشریحی

۱- نشان دهید اگر  $A$  ماتریس ضرایب و  $E$  ماتریس خطای ضرایب و  $X_t$  جواب واقعی و  $X_e$  جواب محاسبه شده  $AX = b$  دستگاه زیر برقرار است.

$$\frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_e\|} \leq C(A) \frac{\|E\|}{\|A\|}$$

۱.۴۰ نمره

۲- دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} px_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + px_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + px_3 = 3 \end{cases}$$

نشان دهید روش ژاکوبی برای حل این دستگاه فقط در صورتی همگراست که  $p > \sqrt{2}$ .

۱.۴۰ نمره

۳- الف) اگر  $A$  یک ماتریس متقارن باشد، نشان دهید  $\rho(A) = \|A\|_2$ .  
ب) نشان دهید ماتریس  $A^T A$  معین نامنفی است.

۱.۴۰ نمره

۴- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = 2u(t) + 6v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = -2u(t) - 5v(t) \end{cases}$$

۱.۴۰ نمره

۵- سه تکرار از روش توانی را برای تعیین مقدار ویژه غالب ماتریس زیر بیابید.  $Y^{(0)} = (1, 1, 1)^T$  (انتخاب نمایید).

|     |    |     |    |
|-----|----|-----|----|
| ب   | 11 | د   | 1  |
| ج   | 12 | ج   | 2  |
| ب   | 13 | ج   | 3  |
| د   | 14 | الف | 4  |
| الف | 15 | ج   | 5  |
| ب   | 16 | ج   | 6  |
| ج   | 17 | ج   | 7  |
| د   | 18 | ج   | 8  |
| ج   | 19 | الف | 9  |
| ب   | 20 | ب   | 10 |

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$$