



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۷۵ - ، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربر کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ - ، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر A یک ماتریس همگرا باشد، کدام گزینه معادل آن می باشد؟

۱. A متعامد است
۲. A مثبت معین است
۳. شعاع طیفی A کمتر از ۱ است
۴. A اکیدا قطری غالب است

۲- برای ماتریس مربعی $A_{n \times n}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱. $tr(A^3) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^3$ ۲. $tr(\lambda A) = \lambda^n tr(A)$ ۳. $tr(A) = tr(A^{-1})$ ۴. $tr(I_n) = 1$

۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & -4 & 6 \end{bmatrix}$ تعیین کنید $\|A\|$ کدام است؟

۱. ۴ ۲. ۸ ۳. ۱۲ ۴. ۱۳

۴- مقادیر ویژه یک ماتریس متعامد چگونه است؟

۱. مثبت است
۲. به درایه های ماتریس بستگی دارد
۳. منفی است
۴. ± 1 است

۵- کدام یک از موارد زیر برای رفع بد وضعی دستگاه معادلات خطی مفید است؟

۱. محور گیری کلی
۲. تجزیه مثلثی
۳. روش حذفی گوس
۴. روش تصحیح باقی مانده

۶- اگر در یک ماتریس مثلثی $\|A\| = 3$ باشد، کدام گزینه می تواند شعاع طیفی ماتریس A باشد؟

۱. ۳- ۲. ۲ ۳. ۴ ۴. ۵



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۷۵ - ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربر کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۷- در تجزیه دولیتل ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ به صورت LU ، ماتریس U کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} \end{bmatrix}$.۱
 ۲. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.۲
 ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$.۳
 ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.۴

۸- جواب دستگاه معادلات $\begin{cases} 10^{-5}x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$ پس از محور گیری جزئی و تا چهار رقم اعشار دقت عبارت است از:

۱. $x_1 = 1, x_2 = 1$.۱
 ۲. $x_1 = 0, x_2 = 2$.۲
 ۳. $x_1 = 2, x_2 = 0$.۳
 ۴. $x_1 = -1, x_2 = 3$.۴

۹- اگر A یک ماتریس معین مثبت باشد، با استفاده از روش چولسکی A را می توان به چه صورتی تجزیه کرد؟ (L یک ماتریس پایین مثلثی می باشد)

۱. LL^{-1} .۱
 ۲. $L^{-1}L$.۲
 ۳. LL' .۳
 ۴. $L'L$.۴

۱۰- اگر $\|A\|_{\infty} = \sqrt{2}$ و $A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ عدد شرطی ماتریس A کدام است

۱. ۱ .۱
 ۲. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.۲
 ۳. $\sqrt{2}$.۳
 ۴. ۲ .۴

۱۱- با فرض $A = L + D + U$ (L پایین مثلثی، D قطری، U بالا مثلثی) در چه صورت روش گوس-سایدل برای حل $Ax = b$ به ازاء هر انتخاب اولیه $x^{(0)}$ همگراست؟

۱. $\|D(L+U)^{-1}\| < 1$.۱
 ۲. $\rho((L+D)^{-1}U) < 1$.۲
 ۳. $\|(L+D)U^{-1}\| < 1$.۳
 ۴. $\rho(D^{-1}(L+U)) < 1$.۴



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۷۵ -، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربر کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۱۲- اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. $\rho(A) \leq \max \{ \|A\|_1, \|A\|_\infty \}$ ۲. $\rho(A) = \min \{ \|A\|_1, \|A\|_\infty \}$

۳. $\rho(A) \leq \min \{ \|A\|_1, \|A\|_\infty \}$ ۴. $\rho(A) = \max \{ \|A\|_1, \|A\|_\infty \}$

۱۳- کدام گزینه از دوابر گرشگورین ماتریس $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ می باشد؟

۱. $\{\lambda \in \mathbb{C} \mid |\lambda - 4| \leq 2\}$ ۲. $\{\lambda \in \mathbb{C} \mid |\lambda - 2| \leq 3\}$ ۳. $\{\lambda \in \mathbb{C} \mid |\lambda - 9| \leq 11\}$ ۴. $\{\lambda \in \mathbb{C} \mid |\lambda - 1| \leq 5\}$

۱۴- اگر بخواهیم چند جمله ای مشخصه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ را با استفاده از روش کریلف و با انتخاب بردار اولیه

$Y^{(0)} = (1, 0, 0, 0)^T$ به دست آوریم، مقدار $Y^{(1)}$ کدام است

۱. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 20 \\ 18 \\ 22 \\ 30 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 30 \\ 22 \\ 18 \\ 20 \end{bmatrix}$

۱۵- اگر $\lambda_1 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ مقادیر ویژه ماتریس A باشند، سرعت همگرایی روش توانی جهت تعیین بزرگترین مقدار ویژه

ماتریس A^2 به کدام عامل بستگی دارد؟

۱. $\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|$ ۲. $\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^2$ ۳. $\left| \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right|$ ۴. $\left| \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right|^2$

۱۶- در روش ژاکوبی ماتریس متقارن A به چه نوع ماتریسی تبدیل می شود؟

۱. قطری ۲. سه قطری ۳. پایین مثلثی ۴. پایین هسنبرگی



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۷۵ -، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربر کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

-۱۷

اگر با استفاده از تبدیلات گیونز ماتریس متقارن $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0/5 \\ 0 & 1 & 0/25 \\ 0/5 & 0/25 & 2 \end{bmatrix}$ را به یک ماتریس سه قطری تبدیل

کنیم، آنگاه مقدار θ کدام است؟

۱. صفر ۲. 2π ۳. $\frac{\pi}{2}$ ۴. $\frac{\pi}{4}$

-۱۸ مزیت روش هاوس هولدر نسبت به روش گیونز در روشهای تبدیلی کدام است؟

۱. خطا کاهش می یابد
۲. با هر ماتریسی قابل انجام است
۳. محاسبات ساده تر است
۴. ماتریس حاصل قطری است

-۱۹ اساس روش تجزیه ماتریس به حاصلضرب QR بر چه چیزی استوار است؟

۱. حاصلضرب ماتریس متقارن در ماتریس متعامد
۲. حاصلضرب ماتریس متقارن در ماتریس قطری
۳. حاصلضرب ماتریس متعامد در ماتریس قطری
۴. حاصلضرب ماتریس متعامد در ماتریس بالا مثلثی

-۲۰ خطای برشی برای تقریب $y'_i \approx \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$ از چه مرتبه ای می باشد؟ ($y_i = y(x_i), x_{i+1} - x_i = h$)

۱. h ۲. h^2 ۳. h^3 ۴. h^4

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

-۱ نشان دهید اگر A ماتریس ضرایب و X_t جواب واقعی و X_e جواب محاسبه شده دستگاه $AX = b$ باشد، آنگاه رابطه زیر برقرار است. ($C(A)$ عدد شرطی ماتریس و $(AX_t - AX_e = r$)

$$\frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_t\|} \leq C(A) \frac{\|r\|}{\|b\|}$$

۱.۴۰ نمره

-۲ دستگاه زیر را با یکی از روشهای تجزیه دولیتل یا کروت حل کنید.

$$\begin{cases} 2x + 4y - 6z = -4 \\ x + 5y + 3z = 10 \\ x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

۱.۴۰ نمره

-۳ برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقدار $\|A\|_2$ را محاسبه کنید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: آنالیز عددی، آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۷۵ -، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، آمار و کاربر کامپیوتر (۱۱۱۴۱۴ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۹۰۰۴)

۴- سه تکرار از روش توانی را برای تعیین مقدار ویژه غالب ماتریس زیر بیابید. $Y^{(0)} = (1, 1, 1)^T$ را انتخاب نمایید (۱.۴۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$$

۵- معادله دیفرانسیل زیر را با شرایط اولیه و مرزی داده با استفاده از روش تفاضلات متناهی با خطای برشی $O(h^2)$ و با $h = 0/2$ حل کنید. (۱.۴۰ نمره)

$$y'' + 4y' + xy = e^x$$

$$\begin{cases} y(0) = 0, y(1) = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$