تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰**

عنــــوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمارریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار و کاربر کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۲

۱- سوپریمم مجموعه همه اعداد گویای بازه $\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ به عنوان زیر مجموعه ای از اعداد حقیقی برابر است با؛

۱. $\sqrt{2}$

۲. $-\sqrt{2}$

۳. وجود ندارد.

۴. بزرگترین عدد گویای کوچکتر از $\sqrt{2}$.

۲- کدام یک ازگزاره های زیر با اصل کمال معادل نیست؟

۱. هر زیر مجموعه غیر تهی و از بالا کرانداراز اعداد حقیقی، سوپریمم دارد.

۲. هر زیر مجموعه غیر تهی و از پائین کرانداراز اعداد حقیقی، اینفمم دارد.

۳. قضیه ددکیند(روی مجموعه اعداد حقیقی).

۴. خاصیت ارشمیدسی برای اعداد حقیقی.

۳- حد پائین($\underline{\lim}_{n\to\infty}$) دنباله $\left\{(1+\frac{1}{n})\cos n\pi\right\}_{n=1}^{\infty}$ برابر است با؛

۱. $\frac{1}{e}$

۲. $-\frac{1}{e}$

۳. e

۴. $-e$

۴- اگر $(0,1)\subseteq R$ با متر گسسته باشد آنگاه کدام یک از گزاره های زیر درست نیست؟

۱. $(0,1)$ مجموعه ای باز است.

۲. $(0,1)$ مجموعه ای بسته است.

۳. $x=1$ یک نقطه انباشتگی $(0,1)$ است.

۴. $x=\frac{1}{2}$ یک نقطه درونی $(0,1)$ است.

۵- اگر (M,d) یک فضای متریک همچنین، $A\subseteq M$ و $p\in A$ آنگاه کدامیک از گزاره های زیر معادل گزاره های دیگر نیست؟

۱. هر همسایگی p شامل نامتناهی نقطه از A است.

۲. p یک نقطه انباشتگی A است.

۳. p یک نقطه درونی A است.

۴. دنباله ای مانند $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ از نقاط A یافت می شود به نحوی که $\lim_{n\to\infty} x_n = p$.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰**

عنـــوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: آمارریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، آمار و کاربر کامپیوتر۱۱۱۱۳۲۲

۶- اگر (M,d) یک فضای متریک و $F\subseteq M, K\subseteq M$ آنگاه کدام یک از گزاره های زیر درست نیست؟

۱. اگر F بسته باشدلذا فشرده است.

۲. اگر K بسته و F فشرده باشد آنگاه $F\cap K$ فشرده است.

۳. اگر F فشرده باشد آنگاه شامل همه نقاط انباشتگی خودش است.

۴. اگر F فشرده باشد آنگاه بسته است.

۷- اگر (M,d) یک فضای متریک دلخواه باشدآنگاه؛

۱. هر دنباله کشی در آن دنباله ای همگراست.

۲. هر دنباله همگرا در آن دنباله ای کشی است.

۳. اگر (M,d) تام(کامل) باشد و $\{O_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله ای از مجموعه های باز چگال باشد آنگاه $\bigcap_{n=1}^{\infty} O_n = \phi$.

۴. اگر (M,d) تام(کامل) باشد، آن را می توان به صورت اجتماعی شمارا از مجموعه های هیچ جا چگال نوشت.

۸- اگر f بر بازه $[0,1]$ به صورت
$$f(x)=\begin{cases} 0, x\notin Q \\ \frac{1}{n}, (x=\frac{m}{n}, (m,n)=1) \end{cases}$$
تعریف شده باشد آنگاه؛

۱. f در نقاط گویای بازه $[0,1]$ دارای حد است.

۲. f در نقاط گویای بازه $[0,1]$ پیوسته است.

۳. f در نقاط اصم بازه $[0,1]$ دارای حد است.

۴. f در نقاط اصم بازه $[0,1]$ پیوسته است.

۹- اگر f تابعی پیوسته از فضای متریک X به فضای متریک Y و $A\subseteq X$ باشد آنگاه؛

۱. اگر A باز باشد، آنگاه $f(A)$ باز است.

۲. اگر A بسته باشد، آنگاه $f(A)$ بسته است.

۳. اگر A فشرده باشد، آنگاه $f(A)$ فشرده است.

۴. اگر A کراندار باشد، آنگاه $f(A)$ کراندار است.

۱۰- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. ناپیوستگی های توابع یکنوا از نوع دوم است.

۲. مجموعه ناپیوستگی های توابع یکنوا شماراست.

۳. مجموعه ناپیوستگی های توابع یکنوا لزوما متناهی است.

۴. مجموعه ناپیوستگی های توابع یکنوا لزوما نامتناهی است.

۱۱- با فرض $f(x)=\begin{cases} x^2, x\in Q \\ -x^2, x\notin Q \end{cases}$ **آنگاه؛**

۱. f بر R دارای مشتق است.

۲. f در نقاط گویا مشتق پذیر است.

۳. f در نقاط اصم مشتق پذیر است.

۴. f تنها در نقطه $x=0$ مشتق پذیر است.

۱۲- اگر f بر $[a,b]$ مشتق پذیر باشد آنگاه؛

۱. اگر به ازای هر $x\in(a,b)$ داشته باشیم $f'(x)\geq 0$ آنگاه f نزولی است.

۲. اگر به ازای هر $x\in(a,b)$ داشته باشیم $f'(x)=0$ آنگاه $f(x)=0$.

۳. f' بر $[a,b]$ تنها دارای ناپیوستگی ساده است.

۴. به ازای هر λ که $f'_+(a)<\lambda<f'_-(b)$ نقطه ای مانند $c\in(a,b)$ وجود دارد به نحوی که $f'(c)=\lambda$.

۱۳- فرض کنید فضای متریک $((0,1],d)$ با متر اقلیدسی و دنباله $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ **از آن در نظر گرفته شده باشد آنگاه؛**

۱. $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ در این فضا همگراست.

۲. $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله ای کشی است.

۳. این دنباله دارای زیر دنباله ای همگراست.

۴. فضای $(0,1]$ یک فضای تام(کامل) است.

۱۴- اگر $E\subseteq R^n$ کدام یک از گزاره های زیر معادل گزاره های دیگر نیست؟

۱. E شامل همه نقاط انباشتگی خودش است.

۲. هر پوشش باز E دارای زیر پوششی متناهی است.

۳. E بسته و کراندار است.

۴. هر زیر مجموعه نامتناهی E دارای یک نقطه انباشتگی است.

۱۵- با فرض $f(x)=\begin{cases} x, x\in Q \\ -x, x\notin Q \end{cases}$ بر بازه $[0,1]$ آنگاه؛

۱. $f\notin R$
۲. $f\in R$
۳. $\underline{\int} f(x)=\frac{1}{2}$
۴. $\overline{\int} f(x)=-\frac{1}{2}$

۱۶- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱. اگر f بر $[a,b]$ پیوسته و α برآن صعودی باشد آنگاه $f\in R(\alpha)$.
۲. اگر f بر $[a,b]$ صعودی و α برآن پیوسته باشد آنگاه $f\in R(\alpha)$.
۳. اگر f و α تنها در یک نقطه از $[a,b]$ ناپیوسته باشد آنگاه $f\in R(\alpha)$.
۴. اگر f و α بر $[a,b]$ صعودی باشند آنگاه $f\in R(\alpha)$.

۱۷- اگر α بر $[a,b]$ صعودی و در نقطه c $(a<c<b)$ پیوسته همچنین $f(c)=1$ و به ازای هر $x\neq c$ ، $f(x)=0$ آنگاه،

۱. $\int_a^b fd\alpha=\alpha(c)$
۲. $\int_a^b fd\alpha=0$
۳. $f\notin R(\alpha)$
۴. $\int_a^b fd\alpha=\frac{\alpha(c)}{b-a}$

۱۸- اگر P_1 و P_2 دو افراز از $[a,b]$ و $P_1\subseteq P_2$ آنگاه؛

۱. $L(P_1,f,\alpha)\le L(P_2,f,\alpha)$
۲. $L(P_1,f,\alpha)\ge L(P_2,f,\alpha)$
۳. $U(P_1,f,\alpha)\le U(P_2,f,\alpha)$
۴. $U(P_1,f,\alpha)\le L(P_2,f,\alpha)$

۱۹- فرض کنید f حد نقطه وار دنباله توابع $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ باشد آنگاه؛

۱. اگر هر تابع دنباله $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ پیوسته باشد آنگاه f نیز پیوسته است.

۲. اگر هر تابع دنباله $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ انتگرالپذیر باشد آنگاه f نیز انتگرالپذیر است.

۳. اگر هر تابع دنباله $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ مشتق پذیر باشد آنگاه f نیز مشتق پذیر است.

۴. اگر حد فوق یکنواخت بوده و توابع $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ پیوسته باشند f نیز پیوسته است.

۲۰- اگر $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله ای از اعداد حقیقی باشد آنگاه؛

۱. $\underline{\lim}_{n\to\infty} a_n^{\frac{1}{n}} \le \underline{\lim}_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$

۲. $\overline{\lim} \frac{a_{n+1}}{a_n} \le \overline{\lim} a_n^{\frac{1}{n}}$

۳. $\overline{\lim} \frac{a_{n+1}}{a_n} \le \underline{\lim}_{n\to\infty} a_n^{\frac{1}{n}}$

۴. $\underline{\lim}_{n\to\infty} a_n^{\frac{1}{n}} \le \overline{\lim} \frac{a_{n+1}}{a_n}$

سوالات تشریحی

۱- الف-سوپریمم و اینفیمم یک مجموعه را تعریف کنید. ۱،۴۰ نمره
ب-خاصیت ارشمیدسی را بیان و سپس اثبات نمائید.

۲- اگر (M,d) یک فضای متریک دلخواه باشد آنگاه مفاهیم زیر را تعریف کنید. ۱،۴۰ نمره

الف)نقطه درونی ب) نقطه انباشتگی ج)مجموعه همبند د)مجموعه فشرده

۳- الف-صورت قضیه اشتراک کانتور را بنویسید. ۱،۴۰ نمره
ب-صورت قضیه هاینه بورل را نوشته و بعد اثبات نمائید.

۴- الف-پیوستگی یکنواخت تابع را بر یک مجموعه از یک فضای متریک به فضای متریک دیگر را تعریف نمائید. ۱،۴۰ نمره
ب-ثابت کنید که هر تابع پیوسته بر مجموعه ای فشرده، پیوسته یکنواخت است.

۵- صورت قضیه دینی را نوشته و بعد آن را اثبات نمانید. ۱،۴۰ نمره

آنالیز ریاضی نیمسال اول ۹۵_۹۴	
1	الف
2	د
3	د
4	ج
5	ج
6	الف
7	ب
8	ج
9	ج
10	ب
11	د
12	د
13	ب
14	الف
15	الف
16	الف
17	الف
18	الف
19	الف،د
20	د