



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۷ -، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

۱- کدام گزینه صحیح است؟

۱. مجموعه اعداد صحیح با عمل دوتایی $x * y = x$ عضو همانی دو طرفه دارد.

۲. مجموعه ماتریس های 2×2 با درایه های حقیقی تحت ضرب ماتریس ها یک گروه است.

۳. مجموعه اعداد حقیقی مثبت تحت جمع یک گروه است.

۴. مجموعه $\{-1, 1\}$ تحت عمل ضرب یک گروه است.

۲- تعداد زیرگروه های (Z_{20}, \oplus) عبارت است از

۱. ۶ ۲. ۲۰ ۳. ۴ ۴. ۵

۳- تعداد مولد های گروه (Z_{14}, \oplus) عبارت است از:

۱. ۱۴ ۲. ۷ ۳. ۶ ۴. ۲

۴- رتبه عضو $(2, 4, 5)$ در گروه $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$ عبارت است از:

۱. ۱۸ ۲. ۸ ۳. ۱۲ ۴. ۳۶

۵- کدام گروه از گروه های زیر دوری است؟

۱. $Z_4 \times Z_9$ ۲. $Z_3 \times Z_9$ ۳. $Z_6 \times Z_9$ ۴. $Z_2 \times Z_2$

۶- فرض کنیم $G = (Z, +)$ و $H = \langle 8 \rangle$. در این صورت $\frac{G}{H}$ چند عضو دارد؟

۱. بی نهایت عضو. ۲. ۸ ۳. ۴ ۴. ۱۲

۷- فرض کنیم G یک گروه متناهی، $g \in G$ و $K \triangleleft G$. کدام گزینه صحیح است؟

۱. $O(g) \mid O(Kg)$ ۲. $O(Kg) = O(g)$ ۳. $O(Kg) \mid O(g)$ ۴. $[O(Kg), O(g)] = 1$

۸- گروه $(Z, +)$ مفروض است. در این صورت گروه $4Z \cap 6Z$ با کدام گروه زیر یکسان است؟

۱. Z_3 ۲. Z_2 ۳. Z_4 ۴. Z_6



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (محض) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)،

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

۹- در مورد گروه $G = Z_2 \times Z_2$ کدام گزینه صحیح است؟

۱. $G \cong Z_4$. ۲. گروه G تنها یک زیرگروه از مرتبه دو دارد.

۳. گروه G سه زیرگروه از مرتبه دو دارد. ۴. $G \cong Z_2 + Z_2$

۱۰- فرض کنیم G یک گروه، $H \triangleleft G$ و $|H| = 2$. کدام گزینه صحیح است.

۱. $H \subseteq Z(G)$. ۲. $|H \cap Z(G)| = 1$

۳. $\frac{G}{H}$ گروه دوری است. ۴. گروه G گروهی دوری است.

۱۱- جایگشت $g = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 6 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

را در نظر می گیریم. کدام عبارت صحیح است؟

۱. g یک جایگشت فرد و $O(g) = 2$. ۲. g یک جایگشت زوج و $O(g) = 2$

۳. g یک جایگشت فرد و $O(g) = 5$. ۴. g یک جایگشت زوج و $O(g) = 5$

۱۲- اگر φ یک همسانی از گروه G به گروه K باشد آن گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر φ یک به یک و $H \triangleleft G$ آن گاه $\varphi(H) \triangleleft K$

۲. اگر φ پوشا و $H \triangleleft G$ آن گاه $\varphi(H) \triangleleft K$

۳. اگر $J \leq K$ و φ یک به یک باشد آن گاه $\varphi^{-1}(J) \triangleleft G$

۴. اگر $J \leq K$ و φ پوشا باشد آن گاه $\varphi^{-1}(J) \triangleleft G$

۱۳- فرض کنیم G و H دو گروه و $\alpha: G \rightarrow H$ یک همسانی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. به ازای هر $x \in G$ ، $O(\alpha(x)) \mid O(x)$. ۲. به ازای هر $x \in G$ ، $O(x) \mid O(\alpha(x))$

۳. G و H هم عدد هستند. ۴. G آبلی است اگر و تنها اگر H آبلی باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵)

۱۴- فرض کنیم G یک گروه و $H \triangleleft G$. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. $[G:H]=2$ اگر $K \leq G$ آن گاه $H \cap K \triangleleft G$.۲
 ۲. اگر $K \leq G$ آن گاه $H \cap K \triangleleft H$.۳
 ۳. اگر $K \leq G$ آن گاه $H \cap K \triangleleft K$.۴

۱۵- کدام یک از یکسانی های زیر صحیح است؟

۱. $(Q, +) \cong (Q^+, \cdot)$.۱
 ۲. $GL(2, R) \cong (R - \{0\}, \cdot)$.۲
 ۳. $(R, +) \cong (R^+, \cdot)$.۳
 ۴. $Z_4 \cong Z_2 \times Z_2$.۴

۱۶- کدام گزینه صحیح است؟

۱. Z زیرحلقه Q است. .۱
 ۲. Z ایده آل ندارد. .۲
 ۳. Z میدان است. .۳
 ۴. Z ایده آل Q است. .۴

۱۷- کدام گزینه صحیح است؟

۱. $(2Z, +, \cdot)$ حلقه تعویض پذیری است که دارای عضو یکه است. .۱
 ۲. مجموعه اعداد طبیعی با عمل جمع و ضرب معمولی یک حلقه است. .۲
 ۳. هر قلمرو صحیح متناهی یک میدان است. .۳
 ۴. هر حلقه بخشی میدان است. .۴

۱۸- فرض کنید R یک حلقه باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. R را می توان در یک حوزه صحیح نشانند. .۱
 ۲. R را می توان در حلقه ای با عضو یکه نشانند. .۲
 ۳. R را می توان در یک میدان نشانند. .۳
 ۴. R را می توان در یک حلقه بخشی نشانند. .۴

۱۹- اگر I و J ایده آل های حلقه R باشند آن گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $J \subseteq I+J$.۱
 ۲. $J \subseteq IJ$.۲
 ۳. $IJ = I \cap J$.۳
 ۴. $I+J \subseteq IJ$.۴



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۷۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (محض) ۱۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۲۰- در حلقه $(Z, +, \cdot)$ کدام ویژگی برقرار است؟

۱. ایده آل اولی وجود دارد که ماکسیمال نیست.

۲. $\{0\}$ ایده آل ماکسیمال است.

۳. ایده آل های اول به صورت nZ هستند که در آن n عددی طبیعی است.

۴. تعداد متناهی ایده آل ماکسیمال برای Z وجود دارد.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید هر زیرگروه یک گروه دوری، دوری است. در ادامه همه زیرگروه های (Z_{12}, \oplus) را با مولدهای مربوطه مشخص نمایید.

۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید به ازای هر n ، A_n زیرگروه S_n است. همچنین اگر $n \geq 2$ ، آن گاه $|A_n| = \frac{n!}{2}$ (مجموعه جایگشت های زوج گروه S_n است).

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید H یک زیرگروه G و $g \in G$. ابتدا نشان دهید $g^{-1}Hg$ زیرگروهی از G است که به تعداد اعضای H عضو دارد. در ادامه نشان دهید اگر $[G:H] = 2$ آن گاه H در G نرمال است..

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید H و K زیرگروه های گروه G و $K \triangleleft G$. نشان دهید $H/H \cap K \cong HK/K$

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید R یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یکه باشد. نشان دهید ایده آل I از R اول است اگر و تنها اگر $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح باشد.