



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، علوم کامپیوتر، آمار و کاربردها-۱

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- در یک مساله برنامه ریزی تولید که شامل تولید  $N$  محصول است، هزینه تولید محصول  $j$  ممکن است شامل یک هزینه ثابت مانند  $k_j$ ، به علاوه هزینه تولید هر واحد  $c_j$  باشد. اگر  $x_j$  سطح تولید محصول  $j$  باشد، هزینه تولید با کدام رابطه مشخص می شود؟

$$c_j(x_j) = \begin{cases} c_j x_j & x_j > 0 \\ k_j & x_j = 0 \end{cases} \quad .2 \quad c_j(x_j) = \begin{cases} k_j + c_j x_j & x_j > 0 \\ 0 & x_j = 0 \end{cases} \quad .1$$

$$c_j(x_j) = \begin{cases} k_j & x_j > 0 \\ k_j + c_j & x_j = 0 \end{cases} \quad .4 \quad c_j(x_j) = \begin{cases} k_j x_j & x_j > 0 \\ 0 & x_j = 0 \end{cases} \quad .3$$

۲- اگر در یک مساله برنامه ریزی بعضی از متغیرها مقید به گرفتن مقادیر صحیح باشند، آن مساله را ..... می نامند.

۰۲ برنامه ریزی صفر-یک

۰۱ برنامه ریزی صحیح محض

۰۴ برنامه ریزی پویا

۰۳ برنامه ریزی صحیح مختلط

۳-  $\beta_i$  در معادله سطر منبع  $x_j = \beta_i - \sum_{j=1}^n \alpha_i^j w_j$  برابر است با

$$\beta_i = [\beta_i] - f_i \quad .1 \quad \beta_i = [\beta_i] \quad .2 \quad \beta_i = [\beta_i] + f_i \quad .3 \quad \beta_i = [\beta_i] + f_{ij} \quad .4$$

۴- مساله زیر را به روش برش کسری حل کرده ایم و برش اول برابر  $S_1 - \frac{7}{22}x_3 - \frac{1}{22}x_4 = -\frac{1}{2}$  می باشد.

$$\text{Max } z = 7x_1 + 9x_2$$

$$\text{s.t. } -x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$7x_1 + x_2 \leq 35$$

اعداد صحیح نامنفي  $x_1, x_2$

این برش بیانگر کدام قید است؟

$$x_1 + x_2 \leq 7 \quad .1 \quad x_2 \leq 3 \quad .2 \quad x_1 + x_2 \geq 5 \quad .3 \quad x_1 \geq 2 \quad .4$$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، علوم کامپیوتر، آمار و کاربردها

۵- در روش انشعاب و کران، فرض کنید  $x_T$  یک متغیر صحیح مقید شده باشد که  $x_T^*$  مقدار جواب بهینه پیوسته آن، کسری است. مقدار صحیح شدنی  $x_T$  بایستی در کدام یک از قیود زیر صدق کند؟

۱.  $x_T \leq \lfloor x_T^* \rfloor + 1$  یا  $x_T \geq \lceil x_T^* \rceil + 1$  .۱  
 ۲.  $x_T \geq x_T^* + 1$  .۲  
 ۳.  $x_T^* \geq x_T$  یا  $\lfloor x_T^* \rfloor + 1 \geq x_T$  .۳  
 ۴.  $x_T \leq \lfloor x_T^* \rfloor$  یا  $\lceil x_T^* \rceil + 1 \geq x_T$  .۴

۶- برای بکار بردن الگوریتم جمعی، صورت پیوسته مساله ..... باید در شروع عمل، ..... باشد.

۱. غیرخطی، شدنی .۱  
 ۲. صفر-یک، نشدنی .۲  
 ۳. غیرخطی، دوآل شدنی .۳  
 ۴. صفر-یک، دوآل شدنی .۴

۷- در روش الگوریتم جمعی، در هر گره از درخت یک متغیر دودویی را آزاد می نامیم، اگر این متغیر .....

۱. به وسیله شاخه ای که به این گره می رسد، در سطحی از صفر تثبیت شده باشد. .۱  
 ۲. به وسیله هیچ شاخه ای که به این گره می رسد، در سطحی از صفر یا یک تثبیت نشده باشد. .۲  
 ۳. به طور آزمایشی در سطح یک باشد. .۳  
 ۴. به وسیله شاخه ای که به این گره می رسد، در سطحی از یک تثبیت شده باشد. .۴

۸- کدام گزینه آزمایش دوم روش الگوریتم جمعی را بیان می کند؟

۱. برای هر متغیر آزاد  $x_T$ ، اگر به ازای هر  $i$  متناظر با  $s_i^t < 0$ ، داشته باشیم  $a_{ij} \geq 0$ ، آنگاه  $x_T$  باید مساله را ترک کند. .۱  
 ۲. برای هر متغیر آزاد  $x_T$ ، اگر  $c_T + z^t \leq \bar{z}$  آنگاه  $x_T$  نمی تواند بهبودی در تابع هدف بدهد، از این رو رها می گردد. .۲  
 ۳. برای هر متغیر آزاد  $x_T$ ، اگر به ازای هر  $i$  متناظر با  $s_i^t < 0$ ، داشته باشیم  $a_{ij} \leq 0$ ، آنگاه  $x_T$  باید مساله را ترک کند. .۳  
 ۴. برای هر متغیر آزاد  $x_T$ ، اگر  $c_T + z^t \geq \bar{z}$  آنگاه  $x_T$  نمی تواند بهبودی در تابع هدف بدهد، از این رو رها می گردد. .۴

۹- شرط لازم برای آنکه نقطه  $x^\circ$  یک نقطه اکسترمم تابع  $f(x)$  باشد آن است که

۱.  $\nabla f(x^\circ) \neq 0$  .۱  
 ۲.  $f''(x^\circ) = 0$  .۲  
 ۳.  $\nabla f(x^\circ) = 0$  .۳  
 ۴.  $f'(x^\circ) < 0$  .۴

۱۰- نقطه  $y_0 = 0$  چه نقطه ای برای تابع  $f(y) = y^4$  می باشد؟

۱. مینیمم .۱  
 ۲. ماکزیمم .۲  
 ۳. عطف .۳  
 ۴. زین اسبی .۴



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، علوم کامپیوتر، آمار و کاربردها

۱۱- روش مشتقات مقید برای کدام یک از مسائل زیر استفاده می شود؟

۱. مسائل نامقید  
۲. مسائل مقید با قیود تساوی  
۳. مسائل خطی  
۴. مسائل مقید با قیود نامساوی

۱۲- ماتریس همبند و وسعت یافته  $H^B = \begin{bmatrix} 0 & P \\ P^t & Q \end{bmatrix}$  را در روش لاگرانژ در نظر بگیرید. کدام گزینه بیانگر P است؟

۱.  $\nabla f(x)$   
۲.  $\begin{bmatrix} \nabla g_1(x) \\ \vdots \\ \nabla g_m(x) \end{bmatrix}$   
۳.  $\left\| \frac{\partial^2 L(x, \lambda)}{\partial x_i \partial x_j} \right\|$   
۴.  $\frac{L(x, \lambda)}{\partial \lambda}$

۱۳- کدام گزینه شرایط کاهن-تاکر را برای مساله زیر نشان می دهد؟

$$\begin{aligned} \text{Max } & f(x) \\ \text{s.t. } & g(x) = 0 \end{aligned}$$

۱.  $\nabla f(x) - \lambda \nabla g(x) = 0$   
 $g(x) = 0$   
 $\lambda \geq 0$
۲.  $\nabla f(x) - \lambda \nabla g(x) = 0$   
 $g(x) = 0$   
 $\lambda \geq 0$
۳.  $\nabla f(x) - \lambda \nabla g(x) = 0$   
 $g(x) = 0$   
 $\lambda$  آزاد
۴.  $\nabla f(x) - \lambda \nabla g(x) = 0$   
 $g(x) = 0$   
 $\lambda \leq 0$

۱۴- در حل مساله دلجان به روش پسرو، رابطه بازگشتی به چه صورتی تعریف می شود؟

۱.  $f_n(s, x_n) = c_{s, x_n} \cdot f_{n-1}^*(x_n)$   
۲.  $f_n(s, x_n) = c_{s, x_n} \cdot f_{n+1}^*(x_n)$   
۳.  $f_n(s, x_n) = c_{s, x_n} + f_{n-1}^*(x_n)$   
۴.  $f_n(s, x_n) = c_{s, x_n} + f_{n+1}^*(x_n)$



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، علوم کامپیوتر، آمار و کاربردها

۱۵- در حل مساله زیر به روش برنامه ریزی پویا، اگر دستگاه در مرحله ی  $n$  و حالت  $(R_1, R_2)$  باشد و تصمیم  $x_n$  اتخاذ شود، در این صورت  $f_n(S_n, X_n)$  معرف چیست؟

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t. } x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ 3x_1 + x_2 &\leq 8 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

۱. حداکثر سود حاصل از مرحله ی  $n$  به بعد است.

۲. باقیمانده مناسبی است که می توان به سایر فعالیتها اختصاص داد.

۳. حداقل هزینه حاصل از مرحله ی  $n$  به بعد است.

۴. مقدار اختصاص یافته به  $X_n$ .

۱۶- کدام یک از روش های زیر برای حل مسائل برنامه ریزی غیرخطی نامقید به کار نمی رود؟

۱. گرادینت

۱. الگوریتم هوک و جیوز

۲. برش کسری

۳. نسبت طلایی

۱۷- مساله برنامه ریزی غیرخطی زیر را به روش برنامه ریزی پویا (پسرو) حل کرده ایم. در این صورت در مرحله دوم برای  $x_2$  داریم

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5x_1^2 + 2x_1 + 3x_2^2 \\ \text{s.t. } x_1 + 3x_2 &\leq 8 \\ 2x_1 + 5x_2 &\leq 14 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$x_2 \leq \frac{R_1}{3} \quad .2$$

$$0 \leq x_2 \leq \text{Min} \left\{ \frac{R_1}{3}, \frac{R_2}{5} \right\} \quad .1$$

$$0 \leq x_2 \quad .4$$

$$0 \leq x_2 \leq \text{Max} \left\{ R_1, \frac{R_2}{2} \right\} \quad .3$$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، علوم کامپیوتر، آمار و کاربردها

۱۸- کدام گزینه بیانگر دو مشکل مقدماتی روش جستجوی فیبوناچی است؟

۱. مشخص نمودن مقدار  $\mathcal{E}$  - مشخص نمودن اعداد فیبوناچی

۲. مشخص نمودن اعداد فیبوناچی - تعداد آزمایشاتی که قرار است انجام شود.

۳. تعیین آخرین طول بازه عدم اطمینان - مشخص نمودن اعداد فیبوناچی

۴. مشخص نمودن مقدار  $\mathcal{E}$  - تعداد آزمایشاتی که قرار است انجام شود.

۱۹- یک جواب شدنی مانند  $(w, z)$  برای مساله L.C.P یک جواب مکمل است اگر

۱.  $w = q + Mz$       ۲.  $w'z = 0$       ۳.  $w = Mz$       ۴.  $w_i z_i < 0$

۲۰- کدام گزینه ایده ی الگوریتم برش صفحه کلی را بیان می کند؟

۱. یک جستجوی اکتشافی برای یافتن یک جهت حرکت بهبود دهنده است.

۲. تبدیل مدلهای تصادفی به مدلهای قطعی معادل می باشد.

۳. یک دنباله از برنامه ریزی خطی، بهبود یافته اکید تولید می نماید که جواب بهینه این مسائل متقارب به جواب بهینه مساله اصلی است.

۴. طول بازه ای که شامل جواب بهینه است را مینیمم می نماید.

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- مدیر فروش یک ناشر کتاب دانشگاهی شش فروشنده در اختیار دارد که می تواند آنها را به سه ناحیه مختلف گسیل نماید. تصمیم او بر این است که به هر ناحیه ای حداقل یک فروشنده تخصیص دهد و هر فروشنده نیز فقط در یک ناحیه فعالیت کند. با استفاده از برنامه ریزی پویا تعداد فروشنده ای را تعیین کنید که به هر ناحیه تخصیص می یابد تا فروش حداکثر گردد.  
میزان افزایش فروش در ناحیه بر حسب تعداد فروشنده ای که در آن ناحیه فعالیت می کند در جدول زیر نشان داده شده است.

| ناحیه |    | تعداد فروشنده |
|-------|----|---------------|
| ۱     | ۲  |               |
| ۱     | ۳  | ۳             |
| ۲     | ۴  | ۵             |
| ۳     | ۶  | ۷             |
| ۴     | ۹  | ۱۰            |
| ۵     | ۱۱ | ۱۲            |



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: بهینه سازی غیرخطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، علوم کامپیوتر، آمار و کاربردها

نمره ۱.۴۰

۲- نقاط اکسترمم تابع زیر را بیابید.

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 2x_3 + x_2x_3 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

نمره ۱.۴۰

۳- مسئله برنامه ریزی خطی زیر را با استفاده از روش ژاکوبی حل کنید.

$$\text{Max : } Z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 3 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

نمره ۱.۴۰

۴- مسئله برنامه ریزی زیر را به یک مسئله برنامه ریزی خطی صفر-یک تبدیل کنید.

$$\text{Max : } Z = 2x_1x_2x_3^2 + x_1^2x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} 5x_1 + 9x_2^2x_3 \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3 = 0 \text{ or } 1 \end{cases}$$

نمره ۱.۴۰

۵- معادله برش را در الگوریتم برش کسری به دست آورید.