



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمارریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (د)

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۱- اگر $A \subseteq R$ مجموعه ای غیر تهی و از بالا کراندار باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. $\forall \alpha < 0: \text{Sup}(\alpha + A) = \alpha + \text{Inf}A$. ۲. $\forall \alpha < 0: \text{Inf}(\alpha + A) = \alpha + \text{Sup}A$

۳. $\forall \alpha \in R: \text{Sup}(\alpha + A) = \alpha + \text{Sup}A$. ۴. $\forall \alpha \in R: \text{Inf}(\alpha + A) = \alpha + \text{Inf}A$

۲- فرض کنید $\emptyset \neq A \subseteq B \subseteq R$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. اگر $\text{Sup}A$ موجود باشد، آنگاه $\text{Sup}A \geq \text{Sup}B$. ۲. اگر $\text{Sup}B$ موجود باشد، آنگاه $\text{Sup}A \leq \text{Sup}B$

۳. اگر $\text{Inf}B$ موجود باشد، آنگاه $\text{Inf}A \leq \text{Inf}B$. ۴. اگر $\text{Inf}A$ موجود باشد، آنگاه $\text{Inf}B \leq \text{Inf}A$

۳- اگر $a_n = \left(\frac{5+(-1)^n}{2}\right)^n$ آنگاه مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ کدام است؟

۱. ۱ . ۲. ۲ . ۳. ۴ . ۴. ۵

۴- فرض کنید $x_1 > \sqrt{2}$ و به ازای هر n ، $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{2}{x_n}\right)$ در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{2}$. ۲. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\sqrt{2}$

۳. دنباله $\{x_n\}$ حد ندارد. ۴. دنباله $\{x_n\}$ واگرا به $+\infty$ است.

۵- با فرض $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ و $s_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱. $0 < e - s_n < \frac{1}{(n!)n}$. ۲. $e - s_n = \frac{1}{(n!)n}$. ۳. $e - s_n > \frac{2}{(n!)n}$. ۴. $e - s_n \geq \frac{1}{(n!)n}$

۶- کدام سری همگراست؟

۱. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$. ۲. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n$. ۳. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + \frac{1}{n}}$. ۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

۷- اگر $A, B \subseteq R^k$ ، A و B همبند باشند، کدام مجموعه لزوماً همبند است؟

۱. A° . ۲. \bar{A} . ۳. $A \cup B$. ۴. $A \cap B$

۸- اگر $M = \{0,1,2,3\}$ و d متریک گسسته باشد، آنگاه (M, d) چند زیرمجموعه هم باز و هم بسته دارد؟

۱. صفر . ۲. ۴ . ۳. ۸ . ۴. ۱۶



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمارریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

۹- فرض کنید $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ دنباله ای از زیر مجموعه های ناتهی فضای متریک X باشد، به طوری که همواره $A_{n+1} \subseteq A_n$ ، در این صورت $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$:

۱. ناتهی است اگر A_n ها فشرده باشد.
 ۲. ناتهی است اگر A_n ها بسته باشد.
 ۳. ناتهی است اگر A_n ها باز باشد.
 ۴. ناتهی است اگر A_n ها همبند باشد.

۱۰- در مورد تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ بر R و تابع g با ضابطه $g(x) = \frac{1}{x-3}$ بر $(4, \infty)$ کدام گزینه درست است؟

۱. هیچکدام پیوسته یکنواخت نیستند.
 ۲. هر دو پیوسته یکنواخت می باشند.
 ۳. f پیوسته یکنواخت است ولی g چنین نمی باشد.
 ۴. g پیوسته یکنواخت است ولی f چنین نمی باشد.

۱۱- تابع $f: R \rightarrow R$ با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in Q \\ 0, & x \notin Q \end{cases}$ تعریف شده است. کدام گزاره درست است؟

۱. تنها در یک نقطه پیوسته است و در این نقطه مشتق پذیر نیز هست.
 ۲. تنها در اعداد گویا پیوسته و در اعداد اصم ناپیوسته هست.
 ۳. تنها در اعداد گویا ناپیوسته و در اعداد اصم پیوسته هست.
 ۴. در هیچ نقطه ای پیوسته نیست.

۱۲- اگر $f: [0,1] \rightarrow R$ تابعی صعودی باشد، آنگاه کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱. مجموعه نقاط پیوستگی f شماراست.
 ۲. مجموعه نقاط ناپیوستگی f ناشماراست.
 ۳. مجموعه نقاط ناپیوستگی f متناهی است.
 ۴. مجموعه نقاط ناپیوستگی f شماراست.

۱۳- فرض کنید تابع f بر بازه ای شامل صفر، دارای مشتق چهارم باشد. همچنین بر این بازه، $f(0) = 1$ و همواره

$f'(x) = 1 + (f(x))^9$. در این صورت ضریب x^3 در بسط تیلور تابع f در نقطه صفر کدام است؟

۱. ۴۵۰ ۲. ۷۵ ۳. ۲۲۵ ۴. ۱۵۰



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض ()

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

$$-14 \quad f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

در مورد تابع ، جایی که $1 < \alpha \leq 2$ کدام گزینه درست است ؟

۱. $f'(0) = 0$ و f' در صفر پیوسته است .

۲. $f'(0) = 0$ و f' در صفر ناپیوسته است .

۳. $f'(0)$ موجود و مخالف صفر است .

۴. $f'(0)$ موجود نیست .

-15 اگر f و g مشتق پذیر باشند ، آنگاه حاصل عبارت $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)g(a) - f(a)g(x)}{x-a}$ کدام است ؟

۱. $f'(a)g(a) - f(a)g'(a)$

۲. $f(a)g'(a) - f'(a)g(a)$

۳. $f'(a)g'(a) - f(a)g(a)$

۴. $f(a)g(a) - f'(a)g'(a)$

$$-16 \quad f(x) = \begin{cases} \sin x & , x \notin Q \\ x & , x \in Q \end{cases}$$

تابع داده شده است . کدام گزینه درست است ؟

۱. $f'(0) = 0$

۲. $f'(0) = -1$

۳. $f'(0) = 1$

۴. $f'(0)$ وجود ندارد .

-17 کدام یک از توابع زیر بر $[0,1]$ انتگرال پذیر ریمان نیست ؟

$$f(x) = \begin{cases} 3-x & , x \notin Q \\ 4 & , x \in Q \end{cases} \quad 1. \quad f(x) = \begin{cases} 0 & x \notin Q \\ \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1 \end{cases}$$

$$2. \quad f(x) = [x] \quad 3. \quad f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

-18 مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{k^2 + n^2}$ کدام است ؟

۱. π

۲. 1

۳. $\frac{\pi}{4}$

۴. $+\infty$

-19 دنباله $\{f_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ با ضابطه $f_n(x) = \frac{1+x^n}{1-x}$ بر بازه $(0,1)$ به کدام یک از توابع زیر همگراست ؟

۱. $f(x) = \frac{1}{1-x}$

۲. $f(x) = \frac{1}{1+x}$

۳. $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

۴. $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: مبانی آنالیز ریاضی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲)

۲۰- اگر تابع f پیوسته باشد و $f(x) = \int_0^x f(t) dt$ آنگاه کدام گزینه در مورد f درست است؟

۱. f تابع همانی است .
 ۲. f تابع ثابت صفر است .
 ۳. f یک تابع نمایی است .
 ۴. f یک تابع لگاریتمی است .

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- با استفاده از اصل کمال، قضیه ددکیند را ثابت کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید که سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ همگراست.

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه هاینه بورل را بیان و ثابت نمائید.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و f تابعی پیوسته از X به Y باشد. اگر $K \subseteq X$ فشرده باشد، ثابت کنید $f(K)$ فشرده است.

۱.۴۰ نمره

۵- الف) شرط ریمان را برای انتگرال پذیری تابع f نسبت به تابع α بر بازه $[a, b]$ فقط بیان کنید.
 ب) قضیه دینی را فقط بیان کنید.