



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۷ -، ریاضی (آنالیز)، ریاضی (محض) (جبر)، کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

۱- عمل دوتایی  $*$  روی مجموعه تمام زوج های مرتب از اعداد حقیقی به صورت  $(x, y) * (z, w) = (x + z, y - w)$  تعریف شده است. در این صورت عمل  $*$

۰۱. شرکت پذیر و جابجایی است.

۰۲. شرکت پذیر هست ولی جابجایی نیست.

۰۳. شرکت پذیر نیست ولی جابجایی هست.

۰۴. شرکت پذیر و جابجایی نیست.

۲- فرض کنید  $X$  یک مجموعه و  $P(X)$  مجموعه توانی  $X$  باشد.  $P(X)$  تحت عمل اشتراک

۰۱. گروه است.

۰۲. گروه نیست زیرا شرکت پذیر نیست.

۰۳. گروه نیست زیرا عضو خنثی ندارد.

۰۴. گروه نیست زیرا وارون هر عضو موجود نیست.

۳- کدام یک از گروههای زیر غیر آبدلی است؟

۰۱.  $Z$  تحت عمل  $a * b = a + b - 1$

۰۲.  $R \setminus \{1\}$  تحت عمل  $a * b = a + b - ab$

۰۳.  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in R, ad \neq 0 \right\}$

به همراه ضرب ماتریس ها

۰۴.  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1/a \end{bmatrix} \mid a \in R, a \neq 0 \right\}$

به همراه ضرب ماتریس ها

۴- فرض کنید  $X = \{1, 2, \dots, 8\}$ . در گروه  $(P(X), \Delta)$  عناصر  $A = \{1, 3, 5\}$  و  $B = \{1, 2, 4\}$  را در نظر بگیرید. جواب معادله

$A \Delta x = B$  کدام است؟

۰۱.  $\{6, 7, 8\}$       ۰۲.  $\{2, 3, 4, 5\}$       ۰۳.  $\{3, 5\}$       ۰۴.  $\{2, 4\}$

۵- چه تعداد از عناصر  $Z_8$  مولد  $Z_8$  هستند؟

۰۱. ۱      ۰۲. ۲      ۰۳. ۳      ۰۴. ۴

۶- کدام یک از گروههای زیر دوری نیست؟

۰۱. گروه  $4$ -تایی کلین.

۰۲.  $(Z, +)$

۰۳.  $(Z_n, +)$

۰۴.  $\{1, -1\}$  تحت عمل ضرب.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)،

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

۷- کدام یک از زیر مجموعه های زیر، زیر گروه  $(Z_{12}, \oplus)$  است؟

۱.  $\{3,6\}$       ۲.  $\{0,2,6\}$       ۳.  $\{0,4,8\}$       ۴.  $\{1,2,4,6\}$

۸- تعداد زیر گروه های گروه  $(Z_{18}, \oplus)$  چند تا است؟

۱. ۴      ۲. ۵      ۳. ۶      ۴. ۷

۹- رتبه  $(14,12)$  در  $Z_{35} \times Z_{16}$  برابر است با:

۱. ۵      ۲. ۷      ۳. ۲۰      ۴. ۸۴

۱۰- حاصل ضرب  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$  در  $S_5$  برابر است با:

۱.  $(1 \ 2 \ 4 \ 3)$       ۲.  $(1 \ 3 \ 5 \ 2)$       ۳.  $(2 \ 4 \ 5 \ 3)$       ۴.  $(2 \ 3 \ 4 \ 5)$

۱۱- فرض کنید  $G$  گروهی ۶ عضوی و غیردوری باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  صحیح نیست؟

۱. دارای عضوی از مرتبه ۶ است.  
۲. حتما دارای عضوی از مرتبه ۳ است.  
۳. با  $S_3$  یکسان است.  
۴. دارای عضوی از مرتبه یک است.

۱۲- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $H$  زیر گروه آن باشد. کدام یک از موارد زیر با تعریف  $H$  در  $G$  نرمال است معادل نیست؟

به ازای هر  $g \in G$  داریم:

۱.  $gHg^{-1} = H$       ۲.  $gHg^{-1} \subseteq H$       ۳.  $gH \subseteq gHg^{-1}$       ۴.  $gH = Hg$

۱۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر گروه از مرتبه  $n$  با  $Z_n$  یکسان است.  
۲. هر گروه نامتناهی با  $Z$  یکسان است.  
۳. هر گروه از مرتبه عدد اول  $p$  با  $Z_p$  یکسان است.  
۴. هر دو گروه متناهی با مرتبه ۶ با یکدیگر یکسانند.

۱۴-  $\frac{9Z}{9Z \cap 6Z}$  با کدام یک از گروه های زیر یکسان است؟

۱.  $Z_2$       ۲.  $Z_3$       ۳.  $Z_3 \times Z_2$       ۴.  $Z_9$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

۱۵- هر گاه  $G = (C \setminus \{0\}, \cdot)$  و  $U = \{x + iy \mid x^2 + y^2 = 1\}$  (منظور از  $C$  مجموعه اعداد مختلط و  $\cdot$  عمل ضرب روی اعداد مختلط است) باشد.  $G/U$  با کدام گروه زیر یکسان است.

۱.  $(R^+, \cdot)$       ۲.  $(Z, +)$       ۳.  $(Z_n, +)$       ۴.  $(\{1, -1\}, \cdot)$

۱۶- فرض کنید  $G$  گروهی ۸ عضوی و غیر آبدلی باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  صحیح است؟

۱. با  $Z_8$  یکسان است.  
۲. با  $Z_2 \times Z_4$  یکسان است.  
۳. دارای عضوی از مرتبه ۸ است.  
۴. نمی توان آن را به صورت حاصل ضرب مستقیم دو زیر گروه غیر بدیهی نوشت.

۱۷- یک حلقه بخشی، میدان است هرگاه:

۱. هر عضو آن وارون ضربی داشته باشد.  
۲. دارای مقسوم علیه صفر نباشد.  
۳. هر عضو غیر صفر آن یکه باشد.  
۴. تعویض پذیر باشد.

۱۸- در حلقه  $\frac{Z}{3Z}$  حاصل  $(3Z+1) \cdot 3Z$  کدام است؟

۱.  $3Z$       ۲.  $3Z+1$       ۳.  $3Z+2$       ۴.  $9Z+3$

۱۹- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. هر میدان نامتناهی دارای زیر میدانی یکسان با  $R$  است.  
۲. سه قضیه اساسی همسانی در مورد حلقه ها برقرار است.  
۳. اگر  $R$  یک حلقه باشد،  $R$  را می توان در حلقه ی یکدار نشانند.  
۴. اگر  $D$  یک قلمرو صحیح باشد، می توان آن را در یک میدان نشانند.  
۲۰- اگر  $1_F$  دارای مرتبه نامتناهی در میدان  $F$  باشد،  $F$  را از مشخصه ..... گوئیم.

۱. تعریف نشده      ۲. نامتناهی      ۳. یک      ۴. صفر

### سوالات تشریحی

۱- آیا  $R \setminus \{0\}$  تحت عمل  $a * b = ab$  گروه است؟ اثبات یا رد کنید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (محض) ۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)،

کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید اشتراک دو زیر گروه از گروه  $G$  زیر گروه  $G$  است.

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه اساسی همسانی های گروهها را بیان و ثابت کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- در گروه  $Z_6$ ،  $H = \langle 2 \rangle$  و  $K = \langle 3 \rangle$  را در نظر بگیرید.  $H + K$  و  $HK$  را محاسبه کرده و ثابت کنید  $HK \cong H + K$ .

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید در یک حلقه تعویض پذیر  $R$  با عنصر یکه، ایده آل  $I$  اول است اگر و فقط اگر  $R/I$  یک قلمرو صحیح باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (محض) ۱۱۱۰۳۷ - ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۵

### سوالات تشریحی

- |                     |           |
|---------------------|-----------|
| ۱- فصل یک صفحه ۲۲   | ۱.۴۰ نمره |
| ۲- فصل پنجم صفحه ۷۷ | ۱.۴۰ نمره |
| ۳- فصل ۱۲ صفحه ۱۷۷. | ۱.۴۰ نمره |
| ۴- فصل ۱۳ صفحه ۲۰۲. | ۱.۴۰ نمره |
| ۵- فصل ۱۵ صفحه ۲۳۵  | ۱.۴۰ نمره |

مبانی جبر تابستان ۹۴

|     |    |
|-----|----|
| د   | 1  |
| د   | 2  |
| ج   | 3  |
| ب.ب | 4  |
| د   | 5  |
| الف | 6  |
| ج   | 7  |
| ج   | 8  |
| ج   | 9  |
| الف | 10 |
| الف | 11 |
| ج   | 12 |
| ج   | 13 |
| الف | 14 |
| الف | 15 |
| د   | 16 |
| د   | 17 |
| الف | 18 |
| الف | 19 |
| د   | 20 |