

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خرده‌هاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. اگر متغیر $Y = |X|$ باشد کدام یک از روابط زیر صحیح می‌باشد؟

$f(X), g(Y)$ به ترتیب توابع چگالی متغیرهای X و Y هستند)

ب. $g(y) = f(x) + f(-x)$

الف. $g(y) = f(x) - f(-x)$

د. $g(y) = 2f(x)$

ج. $g(y) = f(-x) - f(x)$

۲. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد توزیع $Y = X^2$ کدام است؟

د. $F(1,1)$

ج. $\chi^2(1)$

ب. $t(1)$

الف. $h(0,1)$

۳. نمونه‌ای ۴ تایی X_1, X_2, X_3, X_4 را از جامعه‌ای با واریانس ۱۶ انتخاب می‌کنیم اگر میانگین نمونه برابر $\bar{X} = 6$ باشد $Var(\bar{X})$ چقدر است؟

د. ۴

ج. ۸

ب. $\frac{6}{4}$

الف. ۲

۴. از جامعه‌ای با ۱۱ عضو، با واریانس ۶، نمونه‌ای به اندازه ۵ بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. مقدار $cov(X_1, X_2)$ چقدر است؟

د. $-\frac{5}{7}$

ج. $0/75$

ب. $\frac{2}{6}$

الف. $0/6$

۵. از یک جامعه ۱۵ عضوی به چند طریق می‌توان یک نمونه ۵ عضوی بدون جایگذاری انتخاب کرد؟

د. ۱

ج. 3003

ب. 5^{15}

الف. 15^5

۶. اگر متغیر X دارای توزیع t استودنت با درجه آزادی k باشد توزیع متغیر تصادفی X^2 کدام گزینه است؟

د. $\chi^2(k)$

ج. $t(k)$

ب. $F(1, k)$

الف. $\chi^2(10)$

۷. فرض کنیم میانگین جامعه ای برابر با θ می باشد. اگر T برآورد کننده θ باشد بطوری که $E(T) = \theta + \alpha$ ($\alpha > 0$) آن گاه

کدام عبارت زیر درست می باشد؟

الف. مقدار برآورد کننده T همواره به اندازه α از θ بزرگتر است.

ب. مقدار برآورد کننده T همواره به اندازه α از θ کمتر است.

ج. انتظار داریم که مقدار برآورد کننده T به اندازه α از θ بزرگتر باشد.

د. انتظار داریم که مقدار برآورد کننده T به اندازه α از θ کمتر باشد.

۸. اگر برای پارامتر θ دو برآورد کننده T_1, T_2 داشته باشیم که $V(T_2) = 2, V(T_1) = 5$ آن گاه کارایی برآورد کننده T_2 نسبت

به T_1 چقدر است؟

- الف. $\frac{2}{5}$ ب. $\frac{5}{2}$ ج. $\frac{3}{5}$ د. $\frac{3}{2}$

۹. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از جامعه ای با میانگین $\mu = 0$ باشد کدامیک از برآورد کننده های زیر برای σ^2 یک برآورد

کننده نااریب می باشد؟

- الف. $\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$ ب. $\frac{\sum X_i^2}{n}$ ج. $\frac{\sum X_i^2}{n-1}$ د. $\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-2}$

۱۰. اگر $\hat{\theta}$ یک برآورد کننده برای θ باشد و داشته باشیم $E(\hat{\theta} - \theta)^2 = V(\hat{\theta}) + [b(\theta)]^2$ بطوری که $V(\hat{\theta}) > 0, b(\theta) > 0$

باشد، آنگاه می گوئیم $\hat{\theta}$ یک برآورد کننده؟

- الف. اریب برای θ است. ب. نااریب برای θ است. ج. سازگار برای θ است. د. ناسازگار برای θ است.

۱۱. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه n تایی از جامعه ای با توزیع گاما α , β انتخاب می کنیم. برآورد گشتاوری β کدام

گزینه است؟

$$\hat{\beta} = \frac{\bar{x}^p}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^p} \quad \text{ب.}$$

$$\hat{\beta} = \frac{n\bar{x}^p}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^p} \quad \text{الف.}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^p}{\bar{x}} \quad \text{د.}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^p}{n\bar{x}} \quad \text{ج.}$$

۱۲. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی به اندازه n از جامعه نرمال با میانگین μ و با واریانس σ^2 باشد برآورد درستنمایی برای

σ^2 کدام گزینه است؟

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{x})^p}{n-1} \quad \text{ب.}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{x})^p}{n} \quad \text{الف.}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{x})^p}{n-2} \quad \text{د.}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^p}{n+1} \quad \text{ج.}$$

۱۳. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی ۴ تایی از جامعه ای نرمال با میانگین μ و واریانس $\sigma^2 = 225$ باشد و اگر

$\bar{x} = 64/3$ باشد حد پایین فاصله اطمینان ۹۰ درصد برای μ چقدر است؟

د. ۵۸/۹

ج. ۵۸/۱

ب. ۵۹/۲

الف. ۵۷/۷

۱۴. در یک نمونه تصادفی ۱۳۶ نفر از ۴۰۰ نفری که واکسن آنفولانزا زده اند دچار کمی ناراحتی شده اند. حد بالای فاصله اطمینان

۹۵٪ برای نسبت واقعی اشخاصی که بر اثر تزریق واکسن دچار ناراحتی خواهند شد چقدر است؟

د. ۲۸

ج. ۳۸

ب. ۵/۲۹

الف. ۳۹

۱۵. کدامیک از عبارات های زیر بیانگر خطای نوع دوم است؟

- الف. رد فرض صفر وقتی درست باشد.
 ب. قبول فرض صفر وقتی که درست باشد.
 ج. رد فرض صفر وقتی که نادرست باشد.
 د. قبول فرض صفر وقتی که نادرست باشد.

۱۶. کدامیک از گزینه های زیر تابع یک آزمون فرض آماری H_0 در برابر فرض مقابل H_1 می باشد؟

$$\Pi(\theta) = \begin{cases} 1 - \alpha(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_0 \text{ اختیار می شوند} \\ \beta(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_1 \text{ اختیار می شوند} \end{cases} \quad \text{الف.}$$

$$\Pi(\theta) = \begin{cases} \alpha(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_0 \text{ اختیار می شوند} \\ 1 - \beta(\alpha) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_1 \text{ اختیار می شوند} \end{cases} \quad \text{ب.}$$

$$\Pi(\theta) = \begin{cases} 1 - \alpha(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_1 \text{ اختیار می شوند} \\ \beta(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_0 \text{ اختیار می شوند} \end{cases} \quad \text{ج.}$$

$$\Pi(\theta) = \begin{cases} \alpha(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_1 \text{ اختیار می شوند} \\ 1 - \beta(\theta) & \text{برای مقادیر } \theta \text{ که تحت } H_0 \text{ اختیار می شوند} \end{cases} \quad \text{د.}$$

۱۷. در جامعه ی که دارای توزیع نرمال با واریانس معلوم σ^2 برای انجام آزمون فرض یک طرفه $H_0: \mu \leq \mu_0$ برابر $H_1: \mu > \mu_0$

فرض H_0 رد شود، اگر $(\bar{X}$ میانگین نمونه تصادفی n تایی که از جامعه انتخاب شده است)

$$\bar{X} > \mu_0 + Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{ب.}$$

$$\bar{X} > \mu_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{الف.}$$

$$\bar{X} < \mu_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{د.}$$

$$\bar{X} < \mu_0 - Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{ج.}$$

۱۸. برای مقایسه میانگین دو جامعه از هر دو جامعه نمونه هایی به اندازه $n_1 = ۴$ ، $n_2 = ۴$ استخراج کرده که مقدار واریانس

نمونه برای هر یک به ترتیب $S_1^2 = ۳۱$ ، $S_2^2 = ۳۳$ باشد و مقدار S_p^2 چقدر است؟

الف. ۳۲

ب. ۳۱

ج. ۳۵/۸۴

د. ۲۷/۵۲

۱۹. برای مقایسه واریانس دو جامعه وقتی که از هر دو جامعه به ترتیب n_1 ، n_2 نمونه استخراج کرده ایم و واریانس های نمونه ای به

ترتیب S_1^2 ، S_2^2 بدست آمده است فرض برابری واریانس ها برابر $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ رد می شود وقتی که:

الف. $\frac{S_1^2}{S_2^2} > f_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$

ب. $\frac{S_1^2}{S_2^2} < f_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$

ج. $\frac{S_2^2}{S_1^2} > f_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$

د. $\frac{S_2^2}{S_1^2} < f_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$

۲۰. برای بررسی رگرسیون خطی y روی x نمونه ای $n = ۱۰۰$ تایی انتخاب شد که از آن $\sum x = ۱۰۰$ ، $\sum y = ۵۶۴$

$S_{xx} = ۳۷۶$ ، $S_{xy} = ۱۳۰۵$ بدست آمده است مقدار $\hat{\beta}$ چقدر خواهد بود؟

الف. ۳/۴۷

ب. ۱/۱۱

ج. ۲/۱۷

د. ۳/۱۵

سوالات تشریحی

هر سوال تشریحی ۱/۴ نمره دارد

۱. میانگین مصرف بنزین یک موتور در ۱۶ کارکرد آزمایشی یک ساعته، $۱۶/۴$ گالن و انحراف معیار $۲/۱$ گالن بوده است. این ادعا

که میانگین مصرف بنزین این موتور حداقل ۱۲ گالن در ساعت است را در سطح $\alpha = ۰/۰۵$ آزمون کنید؟

۲. نشان دهید که اگر T دارای توزیع t با ν درجه آزادی باشد آنگاه $X = T^2$ دارای توزیع F با $\nu_1 = ۱$ ، $\nu_2 = \nu$ درجه

آزادی است؟

۳. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از جامعه ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد برآورد درست‌نمایی ماکزیمم توام این

دو پارامتر را پیدا کنید؟

۴. از یک نمونه تصادفی از بازدیدکنندگان جاذبه توریستی مشهوری، ۸۴ مرد از ۲۵۰ مرد و ۱۵۶ زن از ۲۵۰ زن کالاهای یادگاری

خریداری کرده اند. یک فاصله اطمینان ۹۵% برای تفاضل بین نسبت های واقعی زنان و مردان که در این جاذبه ی توریستی یادگاری

می‌خرند بسازید؟

۵. مطالعه ای از تعداد ضیافت های ناهار در هر ماه که مدیران اجرایی بیمه ها و بانک ها مدعی اند هزینه آن باید به حساب محل کار

گذاشته شود، بر مبنای نمونه هایی تصادفی، انجام شده و نتایج زیر بدست آمده است، در سطح معنی دار بودن $\alpha = ۰/۰۵$ فرض $\mu_1 - \mu_2 = ۰$

را در برابر فرض مقابل $\mu_1 - \mu_2 \neq ۰$ آزمون کنید؟

$$n_1 = ۴۰ \quad \bar{X}_1 = ۹/۱ \quad S_1 = ۱/۹$$

$$n_2 = ۵۰ \quad \bar{X}_2 = ۸ \quad S_2 = ۲/۱$$

