

امام علی (ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانشها و خردهاست؛ نه به ثروتها و تبارها.

۱. برای داده های: ۴۰۰-۳۲۰-۲۵۰-۶۰۰-۳۰۰-۵۰۰-۴۵۰-۳۵۰ میانگین پیراسته برابر است با:

- الف. ۵۶۹/۵
- ب. ۶۷۱/۶
- ج. ۷۱۶/۵
- د. ۳۹۶/۲۵

۲. در نمرات استاندارد، میانگین و واریانس به ترتیب برابرند با:

- الف. $\sigma^2, 0$
- ب. ۱, ۰
- ج. ۱, ۱
- د. ۱, σ^2

۳. جدول توزیع فراوانی زیر را در نظر بگیرید؟

طبقات	فراوانی f_i
۲/۵-۵/۵	۵
۵/۵-۸/۵	۷
۸/۵-۱۱/۵	۸
۱۱/۵-۱۴/۵	۱۰
۱۴/۵-۱۷/۵	۸
۱۷/۵-۲۰/۵	۷
۲۰/۵-۲۳/۵	۵

در این صورت، میانه برابر است با:

- الف. ۱۰۰
- ب. ۱۱
- ج. ۱۲
- د. ۱۳

۴. در سؤال سوم، انحراف چارکی برابر است با:

- الف. ۱۳
- ب. ۶/۵
- ج. ۸/۶۲
- د. ۴/۳۱

۵. نما در کدام کلاس قرار دارد؟

- الف. کلاس اول
- ب. کلاس دوم
- ج. کلاس سوم
- د. کلاس چهارم

۶. با توجه به داده های زیر، ضریب تغییرات X کدام است؟

X_i	۲	۴	۶	۸	۱۰
N_i	۱۰	۲۰	۴۰	۲۰	۱۰

الف. ۰/۴۵

ب. ۴۵/۶۲

ج. ۳۶/۵

د. ۵۶/۲

۷. $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ را در نظر بگیرید. فرض کنید p تابع احتمال روی S است اگر: $P(\{a_2, a_3\}) = \frac{2}{3}$ و

$p(\{a_3, a_4\}) = \frac{1}{3}$ و $p(\{a_2\}) = \frac{1}{3}$ آن گاه $p(\{a_1\})$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{3}$

ب. $\frac{2}{3}$

ج. $\frac{1}{6}$

د. $\frac{5}{6}$

۸. ۳ ماشین A, B, C به ترتیب ۶۰٪ و ۳۰٪ و ۱۰٪ کل اقلام محصول کارخانه ای را تولید می کنند. درصد محصولات معیوب به ترتیب ۲٪ و ۳٪ و ۴٪ است. اگر محصولی به تصادف انتخاب و معیوب باشد. احتمال این که توسط C تولید شود برابر است با:

الف. $\frac{4}{25}$

ب. $\frac{5}{25}$

ج. $\frac{2}{25}$

د. $\frac{5}{6}$

۹. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی X برابر است با: $-\infty < x < \infty$ $f_x(x) = \frac{k}{1+x^2}$ احتمال $p(|x| < 1)$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{\pi}$

ب. $\frac{1}{3}$

ج. $\frac{2}{\pi}$

د. $\frac{1}{2}$

۱۰. اگر تابع احتمال توأم X, Y به صورت زیر باشد:

$$f(x, y) = \frac{1}{36} \binom{3}{x} \binom{2}{y} \binom{4}{2-x-y} \quad \begin{matrix} x = 0, 1, 2 \\ y = 0, 1, 2 \\ x + y \leq 2 \end{matrix}$$

در این صورت مقدار $f(1, 1)$ برابر است با:

الف. $\frac{15}{36}$

ب. $\frac{1}{6}$

ج. ۱

د. $\frac{4}{6}$

۱۱. تابع چگالی احتمال توأم y, x عبارت است از:
 است از:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

الف. $\frac{1}{y}$ ، $0 < y < 1$
 ب. $\frac{1}{1-x}$ ، $0 < x < 1$
 ج. $\frac{y-x}{1-x}$ ، $x < y < 1$
 د. $\frac{x}{y}$ ، $0 < x < y$

۱۲. تابع چگالی احتمال y, x به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \frac{3}{4} \left(xy + \frac{x^2}{2} \right) \quad \begin{matrix} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 2 \end{matrix}$$

در این صورت ، $E(X | Y = 1)$ برابر است با:

الف. $\frac{23}{6}$ ب. $\frac{9}{4}$ ج. $\frac{9}{14}$ د. $\frac{11}{14}$

۱۳. اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} , & x \geq 0 \\ 0 & \text{سایر مقادیر} \end{cases}$$

در این صورت تابع مولد گشتاورها و واریانس X از راست به چپ عبارت است از:

الف. $1, t < 1$ ب. $2, \frac{1}{1-t}, t < 1$ ج. $16, \frac{1}{t-1}, t > 1$ د. $4, \frac{1}{t-1}, t > 1$

۱۴. تابع مولد گشتاورهای X به صورت: $M_X(t) = (1 - 4t)^{-2}, t < \frac{1}{4}$ می باشد $E(X^3)$ عبارت است از:

الف. 6×4 ب. $4^4 \times 6$ ج. $4^6 \times 6$ د. $6^4 \times 4$

۱۵. نمونه ای تصادفی به صورت: X_1, X_2, \dots, X_n از جامعه ای نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 استخراج می‌کنیم. در این

صورت میانگین و واریانس $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ به ترتیب از راست به چپ برابرند با:

- الف. $\sigma^2, \frac{\sigma^2}{n}$ ب. $\sigma^2, \frac{1}{n}\sigma^2$ ج. $\sigma^2, \frac{\sigma^2}{n}$ د. $\sigma^2, \frac{\sigma^2}{n}$

۱۶. متغیر تصادفی X با توزیع احتمال $f(x) = \theta(1-\theta)^x$ $x = 0, 1, 2, \dots$ مفروض است بطوریکه $0 < \theta < 1$ براساس نمونه ای تصادفی به اندازه n برآورد کننده درست نمایی ماکزیمم θ عبارت است از:

- الف. \bar{X} ب. $\frac{1}{\bar{X}+1}$ ج. $\frac{1}{\bar{X}}$ د. $\bar{X} + 1$

۱۷. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای میانگین μ از جامعه ای نرمال با واریانس $\sigma^2 = 9$ به صورت $(\bar{X} - 0.13, \bar{X} + 0.13)$ است براین اساس، اندازه نمونه n با فرض اینکه عدد جدول مورد نظر ۱/۹۶ باشد، کدام مورد است؟

- الف. ۴۰۰ ب. ۳۹۰ ج. ۳۸۴ د. ۳۸۰

۱۸. در یک آزمون فرض، خطای نوع دوم عبارت است از:

- الف. احتمال قبول فرض صفر در حالی که فرض صفر درست است
ب. احتمال رد فرض صفر در حالی که درست است
ج. احتمال قبول فرض صفر در حالی که درست نیست
د. احتمال رد فرض صفر در حالی که درست نیست

۱۹. اگر X فرض کنیم دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس ۴ باشد، برای آزمون: $\begin{cases} H_0: \mu = 0 \\ H_1: \mu = 1 \end{cases}$ با نمونه ای به اندازه ۲۵ از این

جامعه، و با ناحیه بحرانی به صورت $\bar{X} \geq 0.14$ ، آنگاه توان آزمون برابر است با:

- الف. ۰/۰۶۶۸ ب. ۰/۱۵۸۷ ج. ۰/۰۴۱۳ د. ۰/۹۳۳۲

۲۰. فرض کنید $\text{cov}(X, Y) = 12$ ، $n = 10$ ، $\sum x_i = \sum y_i = 50$ و $\sigma_x = 4$ ، $\sigma_y = 3$ معادله رگرسیون کدام یک از موارد زیر است؟

- الف. $y = 1.5 - 0.3x$ ب. $y = 1.5 + 0.4x$ ج. $y = 1.25 + 0.75x$ د. $y = 3 + 2.2x$

سوالات تشریحی

۱. الف. اگر X_i ها ($i = 1, 2, \dots, 30$) متغیرهای تصادفی یکنواخت در فاصله صفر و یک باشند - با استفاده از قضیه حد مرکزی ،

$$p\left(\sum_{i=1}^{30} X_i \leq 15\right) \text{ را محاسبه نمایید. (۲ نمره)}$$

ب: ده درصد محصولات یک دستگاه تولیدی ، معیوب است. احتمال اینکه در یک بازرسی از این محصولات ، در چهارمین بازرسی ، اولین تولید معیوب بدست آید را محاسبه کنید.

۲. الف: اگر احتمال وقوع پیشامدهای مستقل از یکدیگر B, A به ترتیب p_1, p_2 باشد، ثابت کنید: احتمال اینکه فقط یکی از آنها رخ دهد برابر است با: $p_1(1 - p_2) + p_2(1 - p_1)$ (۱/۵ نمره)

ب: قضیه (نامساوی) مارکوف را بطور دقیق بیان نمایید.

۳. اگر Y, X متغیرهای تصادفی با توزیع احتمال توأم زیر باشد: (۱/۵ نمره)

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda xy & , 0 < x < 1, 0 < y < x \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

مطلوب است محاسبه: $\text{COV}(X, Y)$

۴. برای برآورد رابطه بین قیمت رایانه و عمر رایانه ، نمونه ای ۵ تایی به طور تصادفی انتخاب و نتایج زیر حاصل شده است.

قیمت (X)	۲	۳	۴	۵	۶
عمر (Y)	۵	۶	۶	۷	۸

الف: ضریب همبستگی نمونه ای را محاسبه کنید.

ب: اگر $y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ خط برازش برای Y, X باشد، $\hat{\beta}, \hat{\alpha}$ را محاسبه کنید

ج: آزمون فرض $\begin{cases} H_0: \beta = 0 \\ H_1: \beta \neq 0 \end{cases}$ را در سطح ۵ درصد انجام دهید. (۱/۵ نمره)

۵. الف: داده های زیر را که از ۲ جامعه نرمال و مستقل از یکدیگر ، می باشند، جهت بررسی عمر مفید دو نوع محصول خاصی مانند B, A می باشد. یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای عمر مفید تفاضل میانگین ها بیابید.

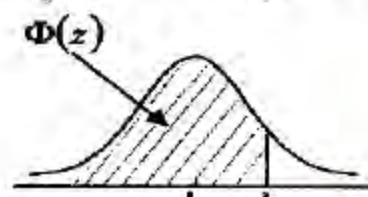
ب: فرض $H_0 = \mu_A = \mu_B$ را در مقابل $H_1 = \mu_A \neq \mu_B$ در سطح ۵ درصد آزمون کنید. (۱/۵ نمره)

A: ۳۳ ۲۹ ۳۲ ۳۵ ۳۲ ۳۲ ۳۴

B: ۳۶ ۳۵ ۳۳ ۳۵ ۳۷

$$P(Z \leq z) = \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$$



جدول ۳

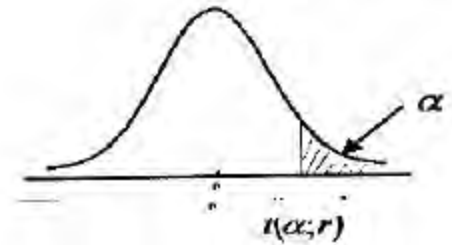
z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Selected Upper Percentage Points

Tail probability x	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
Upper percentage Point z (x)	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Source : Reproduced in abridged form from Table 1 of E.S. Pearson and H. O. Hartely , Biometrika Tables for Statisticians, Vol. 1 (Cambridge : Cambridge University Press ,1954).

جدول توزیع استودنت



جدول ۴

r	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.635	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.996	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Source : Reproduced with permission from Table 12 of E. S. Pearson and H. O. Hartely , Biometrika Tables for Statisticians, Vol. 1 (Cambridge : Cambridge University Press , 1954).

آمار ترم ۱ ۸۹_۸۸

د	1
ب.	2
د	3
د	4
ج	5
ه	6
ج	7
الف	8
د	9
ب.	10
ج	11
د	12
الف	13
ب.	14
ه	15
ب.	16
ج	17
ه	18
د	19
ج	20



پایه سؤالات تشریحی درس

کتاب احتمال آماری

کامپیوتر

ادول : ۲۲

۸۸-۸۹

* تشریحی (تشریحی) : ۱۱۵

سؤال اول : (۲ نمره) $1 + \dots + n$

$$y = \sum_{i=1}^n x_i, E(x_i) = \frac{1}{r}, Var(x_i) = \frac{1}{r^2} \Rightarrow E(y) = \sum E(x_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{r} = \frac{n}{r}$$

$$Var(y) = \sum Var(x_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{r^2} = \frac{n}{r^2} = \frac{5}{r}$$

$$\Rightarrow P(\sum x_i < 15) = P\left(\frac{\sum x_i - 15}{\sqrt{5/r}} < \frac{15 - 15}{\sqrt{5/r}}\right) = P(z < 0) = \frac{1}{2}$$

درایم : $X \sim G(p=0.9)$ بنویسید

$$f(x) = Pq^{x-1} = (0.1)(0.9)^{x-1} \Rightarrow P(X=4) = (0.1)(0.9)^3 = 0.729$$

سؤال دوم : (۱۱۵ نمره) $(5-11-2)$ (تشریحی)

بنویسید و دقیق در نظر بگیرید! (تشریحی) ۱۳۵ نمره درسی

$$f_X(x) = \int_0^x \lambda x y dy = \lambda x y^2 / 2 \Big|_0^x = \frac{\lambda}{2} x^3, \quad 0 < x < 1$$

$$E(X) = \int_0^1 x (\frac{\lambda}{2} x^3) dx = \frac{\lambda}{10}, \quad E(Y) = \int_0^1 \int_0^x \lambda x y^2 dy dx = \dots = \frac{\lambda}{15}$$

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^x \lambda x^2 y^2 dy dx = \int_0^1 (\frac{\lambda}{3} x^2 y^3) dx = \dots = \frac{\lambda}{9}$$

$$Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{\lambda}{9} - \frac{\lambda}{5} \cdot \frac{\lambda}{15} = \frac{\lambda}{45}$$

سؤال سوم : (۱۱۵ نمره) $1-5-8$: (تشریحی) ۲۶۵ نمره درسی

سؤال چهارم : (تشریحی) ۲۱۵ و ۲۴۴ : (تشریحی) ۱۱۵ نمره (۷۲۵+۷۲۵)