

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. فرض کنید جهان سخن مجموعه $U = \{-۵, ۰, ۱, ۲, ۳\}$ باشد و

$P(x) : x^۲ < ۵$

$Q(x) : x \geq ۳$

$R(x) : x \text{ is even}$ (x زوج است)

کدام یک از گزاره‌های سوردار، همواره دارای ارزش درست است؟

الف. $\exists x [P(x) \wedge Q(x)]$

ب. $\forall x [P(x) \wedge R(x)]$

ج. $\forall x [P(x) \vee Q(x)]$

د. $\exists x [\sim Q(x) \wedge R(x)]$

۲. کدام یک از استنتاج‌های زیر، معتبر است؟

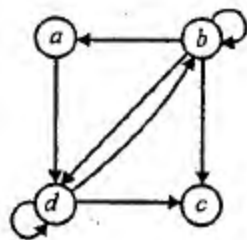
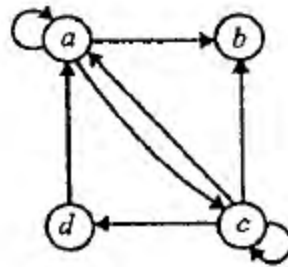
الف. $p \wedge q, q \rightarrow r \vdash r$

ب. $p \vee q, q \rightarrow \sim r \vdash p$

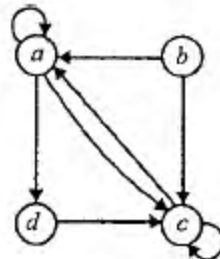
ج. $r, r \rightarrow q, q \rightarrow p \vdash \sim p$

د. $p \rightarrow q, q \rightarrow p \vdash p \wedge q$

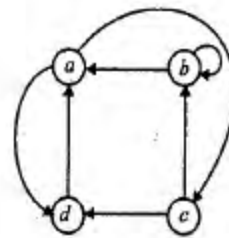
۳. اگر گراف سودار رابطه R به شکل زیر باشد، آنگاه گراف سودار رابطه \bar{R} کدام است؟



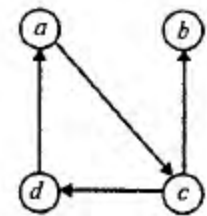
(د)



(ج)



(ب)



(الف)

۴. فرض کنید مجموعه $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ و مجموعه $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ و مجموعه $C = \{c_1, c_2\}$ موجود باشند. و توابع $f_1 = \{(a_1, b_2), (a_2, b_3), (a_3, b_1)\}$ ، $f_2 = \{(b_1, c_2), (b_2, c_1), (b_3, c_1)\}$ تعریف شده باشند. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد توابع f_1, f_2 همواره صحیح است؟

الف. f_1, f_2 هر دو یک به یک و پوشا هستند.

ب. f_1 یک به یک، پوشا است ولی f_2 یک به یک بوده ولی f_2 پوشا نیست.

ج. f_1 یک به یک و پوشا است ولی f_2 یک به یک نیست ولی f_2 پوشا است.

د. نه f_1 و نه f_2 هیچ کدام نه یک به یک هستند و نه پوشا.

۵. کدام یک از گزینه‌های زیر، همیشه صحیح است؟ (\circ عمل ترکیب است)

ب. $ho(gof) = (hog)of$

الف. $fog = gof$

د. $ho(fog) = ho(gof)$

ج. $(hof)og = (hog)of$

۶. از میان اعداد ۱ الی ۲۵، حداقل چند عدد انتخاب کنیم که از میان اعداد انتخاب شده بتوان دو عدد یافت که یکی بر دیگری بخش پذیر باشد؟

د. ۱۳

ج. ۹

ب. ۱۰

الف. ۱۴

۷. کدام یک از مجموعه‌های با ترتیب جزئی زیر، یک زنجیر است؟ ($|$ به معنی بخش پذیری می‌باشد)

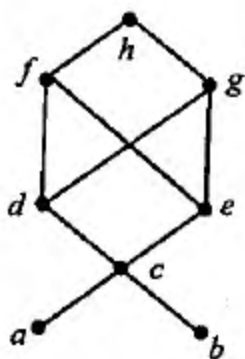
د. هر سه مورد

ج. (A, \subseteq)

ب. $(\mathbb{Z}^+, |)$

الف. (\mathbb{Z}^+, \leq)

۸. فرض کنید نمودار هاس زیر موجود باشد و مجموعه $B_1 = \{a, b\}$ ، $B_2 = \{c, d, e\}$ تعریف شده باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟



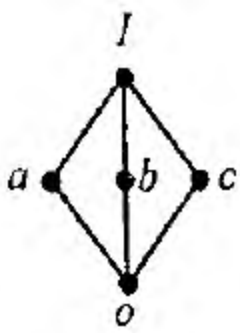
الف. کرانه‌های بالائی B_2 عبارتند از $\{h, f\}$

ب. کرانه‌های بالائی B_1 عبارتند از $\{f, e, d\}$

ج. کرانه‌های پائینی B_1 عبارتند از $\{d, e\}$

د. کرانه‌های پائینی B_2 عبارتند از $\{a, b, c\}$

۹. در شبکه مقابل، متمم C کدام است؟



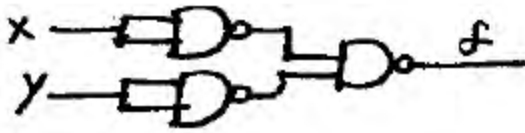
الف. متمم ندارد.

ب. a .

ج. b .

د. a, b .

۱۰. کدام یک از دریچه‌های زیر معادل با مدار ساخته شده با دریچه‌های $NAND$ به شکل زیر می‌باشد؟



الف. AND .

ب. OR .

ج. NOT .

د. هیچکدام.

۱۱. اگر عبارت بولی $X \wedge (Y \vee Z')$ را به صورت یک dnf بیان کنیم، حاصل یک عبارت جمله‌ای خواهد بود.

الف. ۲

ب. ۳

ج. ۴

د. ۵

۱۲. نمودار هاس رابطه تعریف شده به وسیله ماتریس رابطه زیر دارای چند یال خواهد بود؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

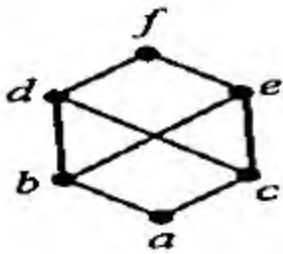
الف. ۴

ب. ۵

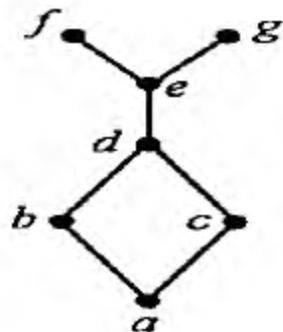
ج. ۶

د. ۸

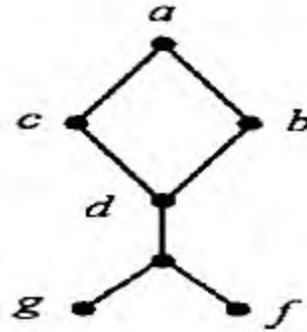
۱۳. کدام یک از نمودارهای هاس زیر، یک شبکه است؟



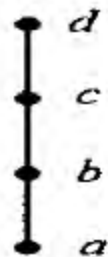
(د)



(ج)



(ب)



(الف)

۱۴. اگر a_n تعداد یالهای گراف کامل K_n باشد، کدامیک از روابط بازگشتی زیر، تعداد یالهای K_n را نشان می‌دهد؟

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + n \\ a_0 = 0 \end{cases} \text{ ب.}$$

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + 1 \\ a_0 = 0 \end{cases} \text{ الف.}$$

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + n - 1 \\ a_0 = 0 \end{cases} \text{ د.}$$

$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + n + 1 \\ a_0 = 0 \end{cases} \text{ ج.}$$

$$\begin{cases} a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n & n \geq 0 \\ a_0 = 1, a_1 = 3 \end{cases}$$

۱۵. جواب رابطه بازگشتی مقابل، کدام است؟

$$a_n = 2^{n-1}(n+1) \text{ ب.}$$

$$a_n = 2^n(n+1) \text{ الف.}$$

$$a_n = 2^n(2n+1) \text{ د.}$$

$$a_n = 2^{n-1}(2n+1) \text{ ج.}$$

۱۶. ضریب X^{14} در عبارت $(x^2 + x^3 + x^4 + \dots)^4$ برابر است با:

د. ۸۴

ج. ۳۵۰

ب. ۹۶

الف. ۱۲۰

۱۷. دو گراف مقابل را در نظر بگیرید: کدامیک از گزاره‌های زیر در مورد این گرافها درست است؟

الف. G_1, G_2 هر دو همبند قوی هستند.

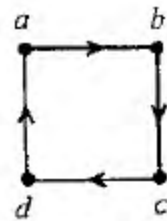
ب. G_1 همبند قوی است ولی G_2 همبند قوی نیست.

ج. G_1 همبند قوی نیست ولی G_2 همبند قوی است.

د. هیچ‌یک از گرافهای G_1, G_2 همبند قوی نیستند.

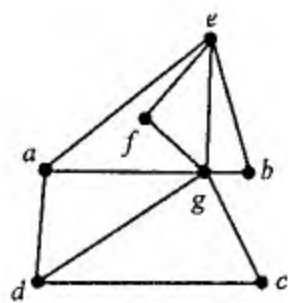


G2

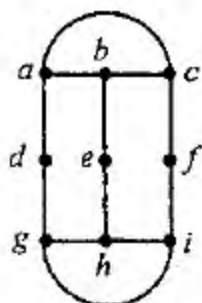


G1

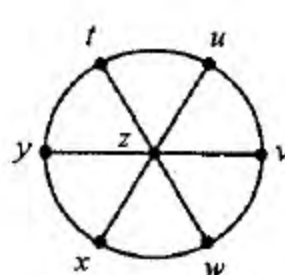
۱۸. کدامیک از گرههای زیر، دارای مسیر اویلری است؟



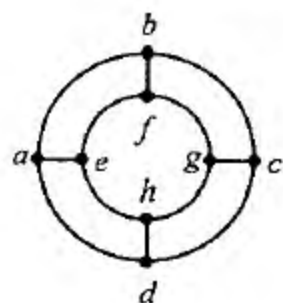
(د)



(ج)



(ب)



(الف)

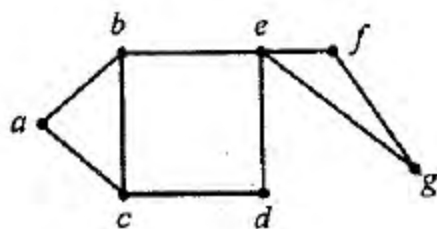
۱۹. نمودار هاس مشبکه یک جبر بول مانند B_k (از مرتبه k) دارای چند یال خواهد بود؟

د. $\frac{k(k-1)}{2}$

ج. $2^{k-1} \times k$

ب. $\frac{2^{k-1} \times k}{2}$

الف. $\frac{2^k \times k}{2}$



۲۰. تعداد مسیرهای ابتدائی ساده از a به g در گراف مقابل برابر است با:

ب. ۶

الف. ۴

د. ۱۲

ج. ۸

۲۱. اگر رابطه R توسط ماتریس مقابل تعریف شده باشد، آنگاه رابطه R کدامیک از خواص زیر را داراست؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

الف. بازتابی

ب. متقارن

ج. ضد متقارن

د. متعددی

۲۲. کدامیک از گزینههای زیر، یک راستگو است؟

الف. $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

ب. $(\sim p \wedge r) \vee [(p \wedge q) \wedge \sim r]$

ج. $(p \wedge q) \vee (p \vee q)$

د. $[(p \wedge q) \vee r] \wedge [\sim (p \wedge r)]$

۲۳. فرض کنید G یک گراف همبند و هامنی باشد و تعداد رأسهای آن ۱۵ عدد و تعداد یالهای آن ۱۸ عدد باشد در این صورت تعداد نواحی تعریف شده به وسیله G برابر است با:

د. ۱۵ ناحیه

ج. ۸ ناحیه

ب. ۶ ناحیه

الف. ۱۸ ناحیه

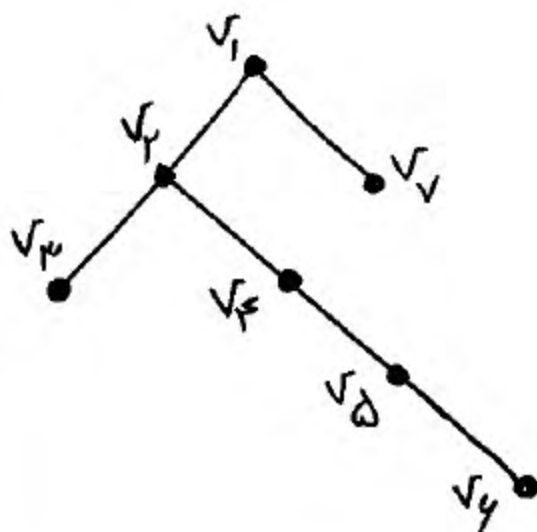
۲۴. نتیجه پیدایش میان ترتیب درخت مقابل کدام است؟ (از چپ به راست بخوانید)

الف. $V_3, V_6, V_5, V_4, V_1, V_7$

ب. $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$

ج. $V_3, V_2, V_4, V_5, V_6, V_1, V_7$

د. $V_1, V_2, V_3, V_5, V_4, V_6, V_7$



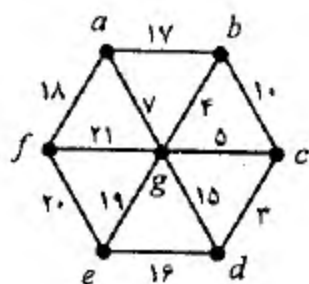
۲۵. مجموع وزنهای درخت پوشای مینیمم گراف مقابل کدام است؟

ب. ۴۵

الف. ۵۳

د. ۵۲

ج. ۶۳



۲۶. کدام یک از گزینه‌های زیر، همواره درست است؟ ($R \subseteq A \times A$)

ب. اگر R متقارن باشد، آنگاه \bar{R} متقارن است.

الف. اگر R بازتابی باشد، آنگاه \bar{R} بازتابی است.

د. اگر R متقارن باشد، آنگاه R^{-1} ضد متقارن است.

ج. اگر R بازتابی باشد، آنگاه R^{-1} ضد بازتابی است.

۲۷. کدام یک از گزینه‌های زیر، در مورد الگوریتم کراسکال و پریم صحیح است؟

الف. هر دو الگوریتم همواره درختهای یکسانی را از یک گراف تولید می‌کنند.

ب. اگر یالها دارای وزنهای تکراری باشد، هر دو الگوریتم همواره درختهای یکسانی را از یک گراف تولید می‌کنند.

ج. اگر یالها دارای وزنهای تکراری نباشند، هر دو الگوریتم همواره درختهای یکسانی را از یک گراف تولید می‌کنند.

د. اگر یالهای روی یک دور دارای وزنهای یکسانی باشند، هر دو الگوریتم همواره درختهای یکسانی را از یک گراف تولید می‌کنند.

۲۸. نمودار هاس زیر را در نظر بگیرید. رابطه R تعریف شده به وسیله این نمودار چند عضو (زوج مرتب) دارد؟



ب. ۳

الف. ۶

د. ۹

ج. ۷

۲۹. تعداد حالتی که می‌توان یک مجموعه ۵ عضوی را به ۳ زیر مجموعه افراز کرد برابر است با: $(S_{۴,۳} = ۶, S_{۴,۲} = ۷)$

د. ۱۹

ج. ۱۳

ب. ۲۵

الف. ۲۷

۳۰. فرض کنید که $G = \langle V, E \rangle$ یک گراف بی‌سوی بدون حلقه با $|V| = n \geq ۳$ باشد اگر برای هر دو رأس دلخواه و غیر مجاور x, y رابطه برقرار باشد آنگاه G یک دور همیتونی دارد.

ب. $deg(x) + deg(y) = n$

الف. $deg(x) + deg(y) \leq n$

د. $deg(x) = deg(y)$

ج. $deg(x) + deg(y) \geq n$

« سؤالات تشریحی »

* توجه: هر سؤال تشریحی (یک نمره) دارد.

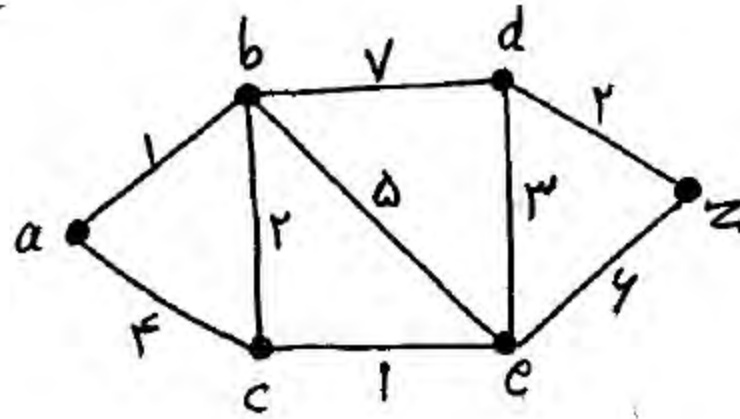
۱. اگر $۰ \leq c_i \leq ۴, ۱ \leq i \leq ۴$ ، چند جواب صحیح برای معادله $C_۱ + C_۲ + C_۳ + C_۴ = ۲۵$ وجود دارد؟

۲. به روش استقراء، نشان دهید که به ازای هر عدد صحیح مثبت $n \geq ۱$ ، عدد $۶^{n+۲} + ۷^{۲n+۱}$ بر عدد ۴۳ قابل قسمت است.

۳. با استفاده از الگوریتم وارشال، بستار متعددی رابطه ارائه شده در زیر را، به دست آورید.

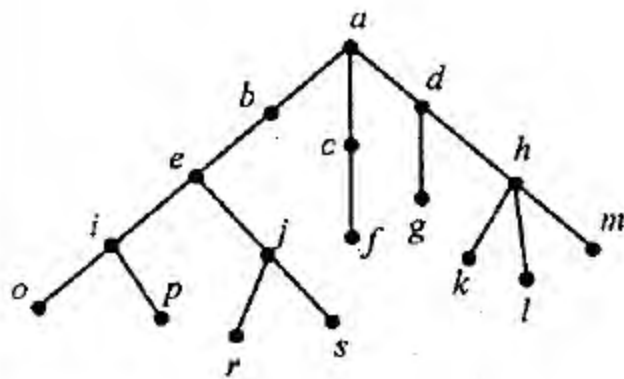
$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۴. با استفاده از الگوریتم دایجکسترا، کوتاهترین مسیر از a تا z را برای گراف زیر مرحله به مرحله تعیین کنید.



۵. جدول درستی گزاره زیر را تشکیل دهید.

$$[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$$



۶. نتیجه پیمایش پس ترتیب را برای رئوس درخت روبرو بنویسید.