

نام درس: ساختمان گسسته - ریاضیات گسسته - ساختمان داده های گسسته
 رشته تحصیلی و کد درس: نرم افزار - نرم افزار (تجمیع) - سخت افزار (تجمیع) - علوم کامپیوتر (تجمیع) - فناوری اطلاعات (تجمیع) (زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه)
 (۱۱۱۵۰۶۷) - مهندسی فناوری اطلاعات (۱۱۱۵۱۳۷) - مهندسی مدیریت اجرایی (۱۱۱۵۱۹۶) - علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۴) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊕
 کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

امام علی^ع: شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. کدامیک از جملات زیر گزاره هستند؟

- الف. این امتحان دشوار است؟
 ب. این جمله (همین جمله گزینه "ب") نادرست است.
 ج. $x^2 + 1 = x$
 د. شما دیپلم دارید یا متاهل هستید.

۲. کدامیک از همارزی‌های زیر صحیح است؟

- الف. $p \rightarrow q \equiv p \vee \sim q$
 ب. $p \rightarrow q \equiv \sim(p \vee \sim q)$
 ج. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
 د. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \leftarrow q) \vee (q \leftarrow p)$

۳. همارز گزاره نقیض‌دار زیر در کدام گزینه آمده است؟ (even به معنی زوج و odd به معنی فرد)

- الف. $\forall x \in \mathbb{N}, [(x^2 \leq 10) \vee (x \text{ is odd})]$
 ب. $\exists x \in \mathbb{N}, ((x^2 > 10) \wedge (x \text{ is even}))$
 ج. $\forall x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \vee (x \text{ is even})]$
 د. $\exists x \in \mathbb{N}, [(x^2 > 10) \vee (x \text{ is odd})]$

۴. کدامیک از گزاره‌های زیر راستگو هستند؟

- گزاره اول: $p \rightarrow p$ گزاره دوم: $p \leftrightarrow p$ گزاره سوم: $\sim(\sim(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q))$ گزاره چهارم: $\sim p \rightarrow \sim p$
 الف. تنها گزاره اول
 ب. تنها گزاره اول و دوم
 ج. تنها گزاره اول، دوم و سوم
 د. هر چهار گزاره

۵. فرض کنید که $A = \{a, b, c, d, e\}$ و رابطه R به صورت زیر بر روی A تعریف شده است، در اینصورت R^2 دارای چند زوج مرتب است؟

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, e), (c, d), (d, e)\}$$

- الف. ۶ ب. ۸ ج. ۱۰ د. ۱۱

۶. برای $A = \{1, 2, 3\}$ و رابطه $R \subseteq A \times A$ ، با توجه به ماتریس زیر، کدامیک از خواص زیر برای رابطه R وجود دارد؟

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- الف. ضدمتقارن و متعدی
 ب. بازتابی و متعدی
 ج. متقارن، ضد متقارن و متعدی
 د. بازتابی، متقارن و متعدی

۷. اگر رابطه همارزی $R \subseteq A \times A$ برای $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 11, 13\}$ به صورت زیر تعریف شود، چه تعداد

$$aRb \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{3}$$

- الف. ۱۳ ب. ۹ ج. ۳ د. ۲

۸. هرگاه M_R به عنوان ماتریس رابطه R باشد، کدامیک از روابط زیر باید برقرار باشد تا R دارای خاصیت متعدی باشد؟

الف. $M_R = M_R^{tr}$ ب. $(M_R)_\emptyset \geq M_R$ ج. $(M_R)_\emptyset \leq M_R$ د. $(M_R)_\emptyset \geq I$

۹. فرض کنید R_1 و R_2 دو رابطه در A باشند، کدام گزینه صحیح است؟

الف. اگر R_1 و R_2 بازتابی باشند آنگاه $R_1 \cup R_2$ نیز بازتابی است.

ب. اگر R_1 و R_2 متقارن باشند آنگاه $R_1 \cup R_2$ نیز متقارن است.

ج. اگر R_1 و R_2 ضد متقارن باشند آنگاه $R_1 \cup R_2$ نیز ضد متقارن است.

د. اگر R_1 و R_2 ضد بازتابی باشند آنگاه $R_1 \cup R_2$ نیز ضد بازتابی است.

۱۰. کدامیک از رابطه‌های زیر که در $R \times R$ (مجموعه اعداد حقیقی) تعریف شده‌اند، رابطه هم‌ارزی می‌باشند؟

رابطه R_1 : $(a, b)R_1(c, d)$ اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

رابطه R_2 : $(a, b)R_2(c, d)$ اگر و تنها اگر $ab = cd$

رابطه R_3 : $(a, b)R_3(c, d)$ اگر و تنها اگر $a + b = c + d$

الف. تنها R_1 و R_2 ب. تنها R_1 و R_3 ج. تنها R_2 و R_3 د. هر سه رابطه

۱۱. فرض کنید A مجموعه اعداد گویای غیر صفر باشد. برای $a, b \in A$ ، رابطه R در A را به طریق زیر تعریف می‌کنیم:

$$a R b \Leftrightarrow \frac{a}{b} \text{ عدد صحیحی باشد}$$

این رابطه کدام خاصیت‌ها را دارا می‌باشد؟

ب. تنها بازتابی و متعدی

الف. تنها بازتابی و ضد متقارن

د. تنها متعدی و متقارن

ج. تنها متقارن و ضد متقارن

۱۲. اگر R یک رابطه تعریف شده در مجموعه اعداد صحیح و مثبت باشد، بگونه‌ای که $(a, b) \in R$ اگر $\frac{a}{b}$ بصورت 2^m بیان

شود (m یک صحیح دلخواه است). آنگاه این رابطه کدامیک از خواص زیر را دارا می‌باشد؟

ب. تنها بازتابی و متعدی

الف. تنها بازتابی و متقارن

د. هم‌ارزی

ج. تنها متقارن و ضد متقارن

۱۳. هریک از اعداد ۱ تا ۲۲ را درون کیسه‌ای قرار داده و درب همه کیسه‌ها را می‌بندیم همچنین چشمان فردی جسور را بسته و از وی می‌خواهیم تعدادی کیسه انتخاب کند تا جمع اعداد درون دوتا از کیسه‌ها انتخابی وی برابر ۲۳ شود. فرد جسور حداقل چند کیسه را باید انتخاب کند؟

د. ۱۱

ج. ۱۲

ب. ۲۲

الف. ۲۱

۱۴. n یک عدد صحیح مثبت و D_n مساوی با مجموعه تمامی مقسوم علیه های عدد n است. D_n ، یک شبکه تحت رابطه بخش پذیری است. برای D_{30} ، $LUB(\{10, 15\})$ و $GLB(\{15, 6\})$ به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

- الف. ۳ و ۳۰ ب. ۳ و ۱۰ ج. ۳۰ و ۱۰ د. ۲ و ۱۵

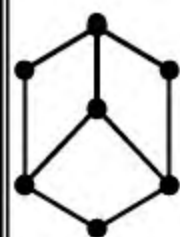
۱۵. اگر $S = \{a, b, c, d, e\}$ و $(2^S, \subseteq)$ یک مجموعه مرتب جزئی با رابطه زیرمجموعه باشد آنگاه $LUB(\{\{a, e\}, \{b, c, d\}\})$ و $GLB(\{\{a, e\}, \{b, c, d\}\})$ به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

- الف. S و $\{\}$ ب. $\{\}$ و S ج. S و S د. $\{a, b\}$ و $\{b\}$

۱۶. کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟ (برای شبکه L و هر a و b از L)

- الف. $a \vee (a \wedge b) = b$ ب. $a \wedge (a \vee b) = a$
 ج. $(a \vee b) \wedge c = (a \wedge b) \vee c$ د. هر سه گزینه صحیح است.

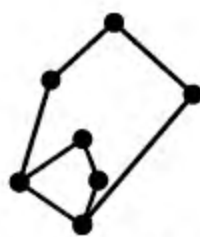
۱۷. کدامیک از هاسه های زیر، شبکه بخش پذیر هستند؟



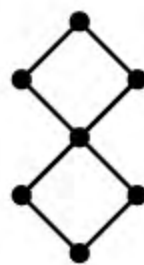
هاسه چهارم



هاسه سوم



هاسه دوم



هاسه اول

- الف. تنها هاسه اول
 ب. تنها هاسه های سوم و چهارم
 ج. تنها هاسه های اول، دوم و سوم
 د. هر چهار هاسه

۱۸. dnf مربوط به عبارت بولی $f(x, y, z) = y'$ دارای چند جمله کمینه (Minterm) متمایز است؟

- الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

۱۹. معادله $a_n = 2^n - 1$ برابر کدامیک از روابط بازگشتی زیر می باشد؟ ($n \geq 1$)

- الف. $a_n = 2a_{n-1} - 1$ ب. $a_n = 2a_{n-1} + 1$
 ج. $a_n = a_{n-1} + 2$ د. $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$

۲۰. تابع مولد رشته $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$ کدام یک از توابع زیر است؟

- الف. $\frac{1}{1-x}$ ب. $\frac{x}{(1-x)^2}$ ج. $\frac{1}{(1-x)^2}$ د. $\frac{x+1}{(1-x)^3}$

۲۱. اگر S_n برای $n \geq 0$ ، تعداد اعداد دودویی n رقمی با الفبای صفر و یک $\{0, 1\}$ ، فاقد الگوی ۰۰ باشد. S_{10} کدام است؟

- الف. ۱۴۴ ب. ۸۹ ج. ۵۵ د. ۴۴

۲۲. برای سری فیبوناچی، $\sum_{i=0}^{n-1} F_{2i-1}$ برابر است با ...

د. $F_{n+2} + 1$

ج. F_{2n}

ب. F_{2n-2}

الف. $F_{n+2} - 1$

۲۳. هامنی بودن گراف $G=(V,E)$ چگونه شرطی است برای آنکه گراف $G=(V,E)$ دارای زیرگرافی همریخت با یکی از گرافهای K_5 و $K_{3,3}$ می باشد؟

ب. شرط لازم

الف. شرط لازم و کافی

د. اطلاعات مسئله ناکافی است.

ج. شرط کافی

۲۴. بیست و سه دانشجوی یک کلاس تصمیم گرفته اند که هر روز ناهار را با هم و دور یک میز گرد صرف کنند. آنها می خواهند که همدیگر را بهتر بشناسند. برای این منظور، به هنگام صرف ناهار، هر یک در کنار نفری می نشینند که در روزهای قبل، کنار آنها نشسته نبوده است. حداکثر چند روز این افراد می توانند این شرط را مراعات کرده و ناهار را با هم صرف کنند؟

د. ۱۳ روز

ج. ۱۲ روز

ب. ۱۱ روز

الف. ۱۰ روز

۲۵. کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

مورد اول: اگر G دور هامیلتونی داشته باشد، در این صورت برای هر رأس $v \in V$ ، $\deg(v) > 2$ برقرار است.

مورد دوم: اگر برای یک $a \in V$ ، $\deg(a) = 2$ ، در این صورت دو یال حادث با رأس a ، باید در دور هامیلتونی قرارگیرند.

د. هیچکدام از دو مورد

ج. هر دو مورد

ب. مورد دوم

الف. مورد اول

۲۶. اگر $G=(V,E)$ یک گراف بدون جهت (بی سویی) هامنی و بدون حلقه (Loop) با n رأس و $e > 2$ یال باشد آنگاه...

د. $2e \geq n - 3$

ج. $e \geq 3n - 6$

ب. $e \leq 6n - 3$

الف. $e \leq 3n - 6$

۲۷. اگر $G=(V,E)$ یک گراف همبند و هامنی با ۱۷ رأس و ۸ یال باشد، آنگاه تعداد نواحی r این گراف کدام است؟

د. ۲۳

ج. ۱۳

ب. ۱۱

الف. ۹

۲۸. کدام گزینه در مورد الگوریتم های کروسکال و پرایم برای بدست آوردن درخت پوشای کمینه صحیح است؟

الف. الگوریتم پرایم در درون خود از الگوریتم کروسکال استفاده می کند.

ب. هر دو الگوریتم روی گرافهای یکسان، درخت پوشای یکسان (یکریخت) تولید می کنند.

ج. مجموع طول اضلاع درخت پوشا در هر دو الگوریتم یکسان است.

د. هر دو الگوریتم با رشد و بهم پیوستن یک جنگل از درختها، درخت پوشا را تولید می کنند.

۲۹. برای الگوریتم های bfs و dfs، کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

- مورد اول: bfs و dfs بر روی یک گراف، درخت پوشای گراف را بدست می آورند.
- مورد دوم: bfs یک گراف منحصر به فرد است ولی dfs یک گراف منحصر به فرد نیست.
- مورد سوم: ممکن است bfs و dfs یک گراف یکسان باشند.
- مورد چهارم: هزینه dfs از bfs دارای مرتبه بیشتری می باشد.

- الف. مورد اول و دوم
- ب. مورد اول و سوم
- ج. مورد اول، دوم و سوم
- د. هر چهار مورد

۳۰. برای یک عبارت infix که شامل عملوندها، عملگرهای دوتایی و عملگرهای یکتایی می باشد چنانچه ۴۵ تا عملوند داشته باشیم کدام گزینه در مورد تعداد عملگرهای یکتایی و دوتایی صحیح است؟

- الف. مجموع تعداد عملگرهای دوتایی و یکتایی برابر ۴۴ می باشد.
- ب. مجموع تعداد عملگرهای دوتایی و یکتایی حداقل ۴۴ می باشد.
- ج. مجموع تعداد عملگرهای دوتایی و یکتایی حداکثر ۴۴ می باشد.
- د. اطلاعات، سه، سه، ناکافی می باشد.

« سوالات تشریحی »

دانشجو بایستی از شش سوال به چهار سوال پاسخ دهد بام هر سوال تشریحی ۱/۵ نمره (یک و نیم نمره) می باشد. چنانچه دانشجو به بیش از چهار سوال پاسخ دهد چهار سوال ابتدایی تصحیح می گردد.

۱. متن زیر در رابطه با درس ساختمانهای گسسته (به اختصار گسسته) برای دانشجویی به نام الهام قابل بحث است:
- اگر امتحان گسسته غیراستاندارد باشد یا الهام وقت کافی برای درس نگذاشته باشد، آنگاه الهام درس را رد خواهد شد.
- اگر الهام درس گسسته را رد شود آنگاه با استفاده از تبصره ۱۰، درس ساختمان داده و درس مدار منطقی را ترم بعد هم نیاز خواهد کرد.

- اگر امتحان گسسته غیراستاندارد باشد، آنگاه طراح فردی کم تجربه بوده است یا وقت کافی برای طراحی نداشته است.
- اگر برای طراحی چند هفته به طراح سؤال وقت داده شود، آنگاه طراح وقت کافی برای طراحی سؤال داشته است.
- اگر الهام کمتر از هفته ای ۴ ساعت در طول نیمسال برای درس وقت بگذارد، آنگاه وقت کافی برای درس نگذاشته است.
- علی کمتر از هفته ای ۴ ساعت در طول نیمسال برای درس گسسته وقت گذاشته است.
- به طراح سؤال چندین هفته برای طرح سؤال وقت داده شده است.

موارد زیر را از طریق قواعد استنتاج اثبات یا رد کنید؟

- الف. آیا الهام برای درس مدار منطقی در نیمسال بعد به تبصره ۱۰ نیاز خواهد داشت؟
- ب. آیا طراح کم تجربه بوده است؟

۲. فرض کنید $A = \{a, b, c, d\}$ ، R و S دو رابطه در A به صورت ماتریس های زیر باشند، $M_{S \circ R}$ را بدست آورید؟

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad M_S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۳. فرض کنید که $s = \{a, b, c\}$ و $A = P(S)$ باشد. نمودار هاس (A, \subseteq) را رسم کنید و سپس با برچسبگذاری هاسه مربوطه مشخص کنید ایزومورف با کدام جبر بول است؟

۴. رابطه بازگشتی زیر را با استفاده از تابع مولد حل کنید؟

$$\begin{cases} a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = n & \text{if } n \geq 0 \\ a_0 = 1, a_1 = 2 \end{cases}$$

۵. گراف خودمکمل G ، گرافی بی سو است که یکرخت با مکمل خود \bar{G} می باشد. ثابت کنید اگر G گرافی خودمکمل با $n > 1$ گره باشد آنگاه عدد صحیحی مثل k وجود دارد که $n = \epsilon k$ یا $n = \epsilon k - 1$ می باشد.

۶. الگوریتم DFS (جستجوی اول عمق) را بطور کامل نوشته و مثالی بزنید؟

گسسته ترم ۲ ۸۹_۸۸

د	1
ج	2
د	3
د	4
الف	5
الف	6
ج	7
ب.ب	8
الف	9
د	10
ب.ب	11
د	12
ج	13
الف	14
الف	15
ب.ب	16
الف	17
ه	18
ب.ب	19
د	20
الف	21
ج	22
الف	23
ج	24
ج	25
الف	26
ب.ب	27
ج	28
ب.ب	29
ب.ب	30