

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

امام علی<sup>(ع)</sup>: شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱. برای هر ماتریس  $n \times n$  مانند  $A$ ، کدام خاصیت زیر با بقیه هم ارز نیست؟

- الف.  $A$  حاصلضرب ماتریسهای مقدماتی است.      ب. صفر یک مقدار ویژه  $A$  نیست.  
 ج. دترمینان  $A$  مخالف صفر نیست.      د. معکوس  $A$  وجود دارد.

۲. اگر ماتریس  $A$  معین مثبت و متقارن باشد، آنگاه مقادیر ویژه آن ..... هستند.

- الف. حقیقی و منفی      ب. مخالف صفر و منفی      ج. حقیقی و مثبت      د. صفر

۳. الگوریتم مبنی بر تجزیه و تحلیل ماتریس  $A$  به صورت  $A = LU$  وقتی که  $U = L^T$  به کدام الگوریتم تجزیه معروف است؟

- الف. چولسکی      ب. کرات      ج. دولیتل      د. استیلیتس

۴. کدام گزینه نادرست است؟

الف. حاصلضرب دو ماتریس بالا مثلثی، بالا مثلثی است.

ب. اگر همه  $n$  کهاد اصلی پیشرو در ماتریس  $n \times n$ ،  $A$  نامنفرد باشند، آنگاه  $A$  یک تجزیه  $LU$  دارد.ج. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی، متقارن و معین مثبت باشد آنگاه  $A$  یک تجزیه منحصر بفرد  $A = LL^T$  دارد که در آن  $L$  یک ماتریس پائین مثلثی با عناصر قطری مثبت است.

د. معکوس یک ماتریس بالا مثلثی نامنفرد یک ماتریس پائین مثلثی است.

۵. کدام یک از ماتریسهای زیر یک تجزیه  $LU$  ندارد؟

- الف.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$       ب.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$       ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$       د.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

۶. در ماتریسهای اکیداً غالب قطری کدام گزینه صحیح است؟

الف.  $|a_{ii}| < \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$       ب.  $|a_{ii}| = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$

ج.  $|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$       د.  $\sqrt{|a_{ii}|} < \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|$

نام درس: جبر خطی عددی  
رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)  
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه  
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۷. اگر  $x = (0, 5, 5, 5)^T$ ، آنگاه  $\| \cdot \|_p$ ،  $\| \cdot \|_\infty$  به ترتیب عبارتند از:

الف. ۲، ۴      ب. ۴، ۸      ج. ۱، ۲      د. ۴، ۴

۸. کدام رابطه درست نیست؟ ( $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $K(A)$  عدد وضعیت ماتریس  $A$  می باشد)

الف.  $K(A) < 1$       ب.  $K(A) = \|A\| \|A^{-1}\|$   
ج.  $\lambda \neq 0, K(\lambda A) = K(A)$       د.  $K(AB) \leq K(A)K(B)$

۹. کدام گزینه درست است؟

الف.  $Sup f(x) + Sup g(x) \leq Sup(f(x) + g(x))$   
ب.  $\|x\|_p < \|x\|_\infty$   
ج.  $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$   
د.  $\|AB\| = \|A\| \|B\|$

۱۰. اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد بطوری که  $\|A\| < 1$ ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$       ب.  $\|(I - A)^{-1}\| \geq \frac{1}{1 + \|A\|}$   
ج.  $\|(I + A)^{-1}\| \leq \frac{1}{1 - \|A\|}$       د.  $\|(I - A)^{-1} - I\| \geq \frac{\|A\|}{1 + \|A\|}$

۱۱. کدام گزینه صحیح است؟

الف. شرط لازم و کافی برای این که فرمول تکراری  $x^{(k)} = Gx^{(k-1)} + c$  به ازای هر بردار اولیه  $x^{(0)}$  همگرا باشد این است که  $\rho(G) > 1$ .

ب. ماتریسهای متشابه مقادیر ویژه متفاوتی دارند.

ج. ماتریس  $A$  متشابه ماتریس  $B$  نامیده می شود اگر یک ماتریس معکوس  $S$  وجود داشته باشد به قسمی که

$$S^{-1}AS = B$$

د. اگر  $A$  اکیداً غالب قطری باشد، آنگاه دنباله تولید شده توسط روش تکرار ژاکوبی، به ازای هر بردار اولیه، به یک

جواب  $Ax = b$  همگرا است.

نام درس: جبر خطی عددی  
 رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)  
 تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗  
 کد سری سؤال: یک (۱)  
 استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۲. در روش گوس-سایدل  $Q$  در دنباله تکراری  $Qx^{(k)} = (Q - A)x^{(k-1)} + b$  چه ماتریسی است؟  
 الف. ماتریس همانی

ب. قسمت بالا مثلثی ماتریس  $A$  که شامل قطر است.

ج. قسمت پایین مثلثی ماتریس  $A$  که شامل قطر است.

د. ماتریس قطری است که درایه‌های قطری آن همان درایه‌های قطری ماتریس  $A$  است.

۱۳. کدام گزینه درست نیست؟

الف. روش تکراری برونابی برای بهبود خواص همگرایی یک روند تکراری خطی استفاده می‌شود.

ب. اگر  $\lambda$  یک مقدار ویژه ماتریس  $A$  و  $P$  یک چندجمله‌ای باشد، آنگاه  $P(\lambda)$  یک مقدار ویژه  $P(A)$  خواهد بود.

ج. اگر  $A$  معین مثبت باشد، آنگاه مقادیر ویژه‌اش مثبت هستند.

د. در روش مستقیم بر عکس روش غیر مستقیم یک دنباله از بردارها تولید می‌شود که به طور ایده‌آل به یک جواب همگرا می‌گردد.

۱۴. کدام یک از شرایط زیر معادل داشتن یک جواب غیربدیهی معادله  $Ax = \lambda x$  است؟

الف.  $A - \lambda I$  نامنفرد است.

ب.  $\det(A - \lambda I) \neq 0$ .

ج.  $A - \lambda I$  منفرد است.

د.  $A = 0$ .

۱۵. کدام گزینه درست نیست؟

الف. اگر ماتریس  $B$  مثلثی باشد، آنگاه مقادیر ویژه  $B$  بطور ساده عناصر قطری  $B$  هستند.

ب. هر ماتریس مربع به طور یکانی مشابه یک ماتریس مثلثی نیست.

ج. ماتریس  $U$  یکانی است اگر  $UU^* = I$ .

د. اگر  $\lambda$  یک مقدار ویژه  $A$  و  $A$  نامنفرد باشد، آنگاه  $\lambda^{-1}$  یک مقدار ویژه  $A^{-1}$  است.

۱۶. کدام یک از روشهای حل دستگاه  $Ax = b$ ، جزء روشهای تکراری نمی‌باشد؟

الف. ریچاردسون      ب. ژاکوبی      ج. حذف گوسی      د. گاوس-سایدل

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

۱۷. کدام یک از دوایر زیر، دایره قضیه گرشکورین برای ماتریس

$$\begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۰ \\ -۴ & ۲ & ۱ \\ ۶ & ۷ & -۵ \end{bmatrix}$$
 است؟

الف.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - ۳| \leq ۴\}$

ب.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| < ۳\}$

ج.  $\{z \in \mathbb{C} : |z + ۵| < ۱۳\}$

د.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - ۲| < ۱\}$

۱۸. کدام گزینه صحیح است؟

الف. یک نرم ماتریس طبیعی وجود دارد که به مقدار دلخواه به شعاع طیفی نزدیک می‌شود.

ب. شعاع طیفی هر ماتریس  $A$  بزرگتر از مقدار نرم آن برای هر نرم ماتریس طبیعی است.ج. شعاع طیفی هر ماتریس  $A$  همواره کوچکتر از ۱ است.د. شعاع طیفی هر ماتریس  $A$  همواره بزرگتر از ۱ است.

۱۹. کدام خاصیت زیر جزء خاصیت‌های پرنز نیست؟

الف.  $AXA = A$

ب.  $XAX = X$

ج.  $(AX)^* = AX$

د.  $(XA)^* = AX$

۲۰. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. متعادل سازی سطری عبارت است از فرآیند تقسیم هر سطر از ماتریس ضرایب بر عنصر ماکسیم آن سطر از لحاظ مقدار

قدر مطلق

ب. یک مزیت روشهای تکراری در این است که معمولاً پایدار هستند.

ج. هر دو نرم دلخواه بر روی یک فضای بردار با بعد متناهی به مفهوم یکسانی از همگرایی منجر می‌شوند.

د. هر دنباله در فضاهای خطی نرم‌دار با بعد متناهی، کثی نیستند.

## سوالات تشریحی

« بارم هر سؤال ۲ نمره »

۱. تجزیه  $LU$  ماتریس زیر را که در آن  $L$  ماتریس پائین مثلثی و  $U$  ماتریس بالا مثلثی واحد می‌باشد، بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۱ \\ ۰ & -۱ & ۳ \\ ۱ & ۳ & ۰ \end{bmatrix}$$

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی و کد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۲. اگر  $\|A\|$  نرمی در  $R^n$  باشد، آنگاه ثابت کنید رابطه زیر یک نرم بر روی فضای خطی همه ماتریسهای  $n \times n$  تعریف می‌کند.

$$\|A\| = \text{Sup}\{\|AU\| : U \in R^n, \|U\|=1\}$$

۳. روش تکرار گاوس-سایدل را با بردار اولیه  $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$  برای حل دستگاه زیر بکار برید.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 6 & -2 \\ 4 & -3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۴. با استفاده از سری نویمان معکوس ماتریس زیر را محاسبه کنید.

$$B = \begin{bmatrix} 0/9 & -0/2 & -0/3 \\ 0/1 & 1/0 & -0/1 \\ 0/3 & 0/2 & 1/1 \end{bmatrix}$$

۵. روش توانی را بر روی ماتریس و بردار اولیه زیر بکار برید.

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \quad x = (-1, 1, 1)^T$$



# مرکز آزمون کلید سؤالات تشریحی (محرمانه)



نام درس: حبر خطی عددی صفحه: ۱ از ۱  
 کد درس: ۱۱۱۱۰۵  
 رشته تحصیلی - گرایش: علوم کامپیوتر  
 مقطع: کارشناسی سال تحصیلی: ۸۸-۸۹ نیمسال: اول  نوم  ترم تابستان  تاریخ آزمون: بارم: ۲ نمره:

سؤال ۱

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{24}{3} \end{bmatrix}$$

سؤال ۲ قفسه ۲۶۷

سؤال ۳ مثال ۳۰۷

سؤال ۴ مثال ۲۸۲

سؤال ۵ مثال ۳۶۳