

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



[www.egza.tk](http://www.egza.tk)

برای دریافت سوالات دروس دیگر  
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

ریاضی ۱ نیمسال دوم ۸۴

۱. معادله خطی که از نقاط  $(-1, 1)$  و  $(2, 0)$  می‌گذرد عبارت است از:

الف.  $3x - y + 2 = 0$

ب.  $3x + y - 2 = 0$

ج.  $3x - y - 2 = 0$

د.  $3x + y + 2 = 0$

۲. قلمرو تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$  عبارت است از:

الف.  $(0, 1)$       ب.  $(-\infty, 0)$       ج.  $(1, +\infty)$       د.  $(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$

۳.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x}$  برابر است با:

الف.  $\frac{1}{2}$       ب. ۱      ج.  $-\frac{1}{2}$       د. ۰

۴. به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $b$  تابع  $f(x) = \begin{cases} ax-1 & x \leq 1 \\ x-b & 1 < x < 2 \\ 1 & 2 \leq x \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

الف.  $a = b = 1$       ب.  $a = 1, b = 0$       ج.  $a = -1, b = 1$       د.  $a = 3, b = -2$

۵. اگر  $\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases}$  ، آنگاه  $\frac{dy}{dx}$  برابر است با

الف.  $\frac{t+1}{t-1}$       ب.  $\frac{t^2+1}{t^2-1}$       ج.  $\frac{t+1}{t^2-1}$       د.  $\frac{t^2-1}{t^2+1}$

۶. مماس بر نمودار تابع  $f(x) = 2x^2 + ax + b$  در نقطه  $(-7, 2)$  واقع بر نمودار، موازی محور  $x$  هاست. در این صورت

الف.  $a = 0, b = 1$       ب.  $a = -3, b = 2$       ج.  $a = -8, b = 1$       د.  $a = -1, b = 0$

۷. کدام گزینه در مورد تابع  $f(x) = xe^x$  درست است؟

الف. در  $-1$  مینیمم نسبی دارد و  $(-2, -2e^{-2})$  نقطه عطف آن است.

ب. در  $-1$  ماکزیمم نسبی دارد و  $(-2, -2e^{-2})$  نقطه عطف آن است.

ج. در  $-1$  مینیمم نسبی و در  $-2$  ماکزیمم نسبی دارد.

د. در  $-1$  مینیمم نسبی و در  $-2$  مینیمم نسبی دارد.

۸.  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} dx$  برابر است با:

الف.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ب.  $\sqrt{3}-1$       ج.  $\sqrt{3}+1$       د.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

۹.  $\frac{d}{dx} \int_x^1 t^3 dt$  برابر است با:

الف.  $x^3$       ب.  $-x^3$       ج.  $x^3+1$       د.  $1-x^3$

۱۰.  $\cos(\sin^{-1} 0.8)$  برابر است با:

الف.  $0.2$       ب.  $0.5$       ج.  $0.6$       د.  $0.8$

۱۱.  $\int \frac{dx}{\sinh x + \cosh x}$  برابر است با:

الف.  $e^x + c$       ب.  $-e^{-x} + c$       ج.  $-e^x + c$       د.  $e^{-x} + c$

۱۲. مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع  $y = x^2 - 2x$  و محور  $x$  ها برابر است با:

الف.  $\frac{1}{2}$       ب.  $\frac{2}{3}$       ج.  $1$       د.  $\frac{4}{3}$

۱۳. اگر ناحیه محدود به منحنی  $y = \sqrt{4-x}$  و محورهای مختصات واقع در ربع اول، حول محور  $x$  ها دوران کند، حجم جسم دوار حاصل برابر است با:

الف.  $8\pi$       ب.  $\frac{16}{3}\pi$       ج.  $4\pi$       د.  $\frac{38}{5}\pi$

۱۴.  $\int \ln^2 x dx$  برابر است با:

الف.  $x(\ln^2 x - 2 \ln x + x) + c$       ب.  $x(\ln^2 x + 2 \ln x - x) + c$   
 ج.  $x(\ln^2 x - 2 \ln x + 2) + c$       د.  $x(2 \ln^2 x + \ln x) + c$

۱۵.  $\int \frac{x^p}{1-x^p} dx$  برابر است با

الف.  $\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c$     ب.  $\ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + c$     ج.  $\frac{1}{p} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c$     د.  $p \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + c$

۱۶.  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$  برابر است با

الف. ۱    ب. ۲    ج.  $\frac{5}{2}$     د.  $+\infty$

۱۷. نمودار منحنی  $r = \sin \theta$  در دستگاه مختصات قطبی عبارت است از

الف. نقطه    ب. خط    ج. بیضی    د. دایره

۱۸. عدد مختلط  $\frac{4-3i}{2+i}$  برابر است با

الف.  $2-3i$     ب.  $4-\frac{1}{2}i$     ج.  $1-2i$     د.  $\frac{1}{2}+4i$

۱۹. کدام سری همگراست؟

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$     ب.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$     ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$     د.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$

۲۰. بازه همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^p}$  برابر است با

الف.  $[-1, 1]$     ب.  $[-1, 1)$     ج.  $(-1, 1]$     د.  $(-1, 1)$

سوالات تشریحی:

۱. به کمک قضیه مقدار میانگین، نشان دهید که هر گاه  $b > 1$ ، آنگاه  $\frac{b-1}{b} < \ln b < b-1$

۲. نقطه‌ای از منحنی  $y = \sqrt{x}$  بیابید که کوتاهترین فاصله را تا نقطه  $(\frac{9}{4}, 0)$  داشته باشد.

۳.  $\int \frac{a-x}{b^2+x^2} dx$  را محاسبه کنید ( $b \neq 0$ )

۴. فرض کنید  $Z$  عددی مختلط باشد به طوری که  $|Z-1| = |Z+1|$  نشان دهید که قسمت حقیقی  $Z$  مساوی با صفر است.

۵. نشان دهید که اگر  $a, b$  اعدادی بزرگتر از ۱ باشند، آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n + b^n}{a^n b^n} = \frac{a+b-2}{(a-1)(b-1)}$

راهنمایی: سری را به دو قسمت تفکیک کرده و در مورد همگرایی هر کدام بحث کنید.

# ریاضی ۱ نیمسال اول ۸۵

\*استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. برد رابطه  $T = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 25\}$  کدام است؟

- الف.  $[-5, 5]$       ب.  $R - (-5, 5)$       ج.  $[0, 5]$       د.  $(5, +\infty)$

۲. در مورد تابع  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  ،  $x > 1$  کدام گزینه صحیح است؟

- الف. بیکران است.      ب. صعودی است.      ج. نزولی است.      د. مینیمم مطلق دارد.

۳. حد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} + x)$  برابر کدام است؟

- الف. صفر      ب.  $-2$       ج.  $2$       د.  $4$

۴. حد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$  برابر است با:

- الف. صفر      ب.  $1$       ج.  $+\infty$       د. وجود ندارد.

۵. اگر  $y = \frac{1}{3}t^3 + 4$  و  $x = t^2 + 3$  سپس  $\frac{d^2y}{dx^2}$  کدام است؟

- الف.  $\frac{t}{2}$       ب.  $\frac{1}{2}$       ج.  $\frac{1}{4}$       د.  $\frac{1}{4t}$

۶. مشتق هزار و سی و نهم تابع  $y = \sin x$  کدام گزینه است؟

- الف.  $\sin x$       ب.  $-\sin x$       ج.  $\cos x$       د.  $-\cos x$

۷. اگر  $C$  یک نقطه بحرانی تابع  $y = f(x)$  باشد و  $f''(c) > 0$  پس  $f$  روی  $C$  دارای:

- الف. ماکسیمم مطلق است.      ب. مینیمم مطلق است.      ج. مینیمم نسبی است.      د. ماکسیمم نسبی است.

۸. معادله  $x^9 + 4x^7 + 3x + 11 = 0$  حداکثر چند ریشه حقیقی دارد؟

- الف. یک ریشه      ب. دو ریشه      ج. نه ریشه      د. ریشه حقیقی ندارد.

۹. حد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{i^p}{n^p}$  برابر با کدام است؟

- الف.  $\frac{1}{4}$       ب.  $\frac{1}{3}$       ج.  $\frac{1}{2}$       د. ۱

۱۰. اگر  $F(x) = \int_0^{\tan x} \frac{1}{1+t^p} dt$  سپس  $F'(x)$  کدام گزینه است؟

- الف.  $\cos^p x$       ب.  $\tan^p x$       ج.  $\sec^p x$       د. ۱

۱۱. قلمرو تابع  $y = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x+1}\right)$  کدام است؟

- الف.  $(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$       ب.  $R$

- ج.  $[-1, 1]$       د.  $[-2, 0]$

۱۲. مقدار  $\sin^{-1}(\cos x)$  کدام گزینه است؟

- الف.  $\sqrt{1-x^2}$       ب.  $\frac{\pi}{2} - x$       ج.  $\sqrt{1+x^2}$       د.  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

۱۳. مقدار  $\sin h(\ln \sqrt{x})$  برابر با کدام است؟

- الف.  $\frac{x+1}{2\sqrt{x}}$       ب.  $\frac{x-1}{2\sqrt{x}}$       ج.  $\frac{\sqrt{x}+1}{2}$       د.  $\frac{\sqrt{x}-1}{2}$

۱۴. انتگرال  $\int \tan^p x dx$  برابر است با:

- الف.  $\sec x + c$       ب.  $\tan x + c$       ج.  $\tan x - x + c$       د.  $\sec x \tan x + c$

۱۵. انتگرال  $\int \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$  برابر کدام است؟

ب.  $\ln \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}} + c$

الف.  $\ln \sqrt{1-x} + c$

د.  $\sqrt{x} \cos^{-1} \sqrt{x} + c$

ج.  $-\sqrt{x} \cos^{-1} \sqrt{x} + c$

۱۶. مقدار  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^p} dx$  کدام گزینه است؟

د.  $+\infty$

ج.  $\frac{\pi}{p}$

ب.  $\pi$

الف. صفر

۱۷. اگر  $Z_1, Z_2$  دو عدد مختلط باشند کدام عبارت درست است؟

ب.  $\|Z_1\| - \|Z_2\| \leq \|Z_1 - Z_2\|$

الف.  $\|Z_1 - Z_2\| \leq \|Z_1\| - \|Z_2\|$

د.  $\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right| \leq \|Z_1\| - \|Z_2\|$

ج.  $\|Z_1 + Z_2\| \leq \|Z_1\| - \|Z_2\|$

۱۸. کدامیک از دنباله‌های زیر همگراست؟

الف.  $\left\{ (-1)^n \frac{\ln n}{n} \right\}$  ب.  $\{ 3^n \cos(n\pi) \}$  ج.  $\left\{ \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{p}\right)}{p^n} \right\}$  د.  $\left\{ \frac{e^n}{n^p} \right\}$

۱۹. از سری‌های زیر کدامیک همگرايند؟

د.  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^p + r}{n^p + pn + \gamma}$

الف.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

د.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$



۲۰. بسط سری توان  $|x| < 1$ ,  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$  کدام است؟

د.  $\frac{1}{1+x}$

ع.  $\frac{1}{1-x}$

ب.  $\ln(1+x)$

الف.  $\ln(1-x)$

سؤالات تشریحی

۱. فرض کنید تابع  $y = \frac{ax+b}{(x-1)(x-4)}$  در نقطه  $(2, -1)$  دارای ماکسیمم نسبی باشد در این صورت مقادیر  $a, b$  را تعیین کنید.

۲. حجم حاصل از دوران ناحیه  $y = \sin x$   $0 \leq x \leq \pi$  را حول محور  $y$  ها بدست آورید.

۳. انتگرال‌های زیر را بدست آورید.

ب.  $\int \sqrt{1-4x^2} dx$

الف.  $\int \frac{3x^2 + 3x + 1}{x^3 + x} dx$

۴. الف. در صورت همگرایی انتگرال ناسره  $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx$  را بدست آورید.

ب.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\cot x}$  را بدست آورید.

۵. شعاع و بازه همگرایی سری توان  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{1+n^2}$  را پیدا کنید.

«توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز نیست»

۱. هرگاه  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x^2 - 1 & 0 \leq x \end{cases}$  ، مقدار  $g(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x - 2 & 0 \leq x \end{cases}$  ، مقدار  $(g \circ f)(1)$  برابر است با:

- الف. ۲-      ب. ۲      ج. ۰      د. ۱

۲. دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{x - |x|}$  برابر است با:

- الف.  $(-\infty, 0]$       ب.  $[0, +\infty)$  /      ج.  $(-\infty, +\infty)$       د.  $\{0\}$

۳. اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  آنگاه  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - 1) \sin \frac{\pi}{x}$  برابر است با:

- الف. ۱-      ب. ۰      ج. ۱      د. وجود ندارد.

۴. هرگاه  $\sqrt{1+x^2} \leq f(x) \leq 1+|x|$  ، مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  برابر است با:

- الف. ۱-      ب. ۰      ج. ۱      د. وجود ندارد.

۵.  $\lim_{x \rightarrow 4^-} [[x]]$  برابر است با:

- الف. ۳      ب. ۳-      ج. ۴      د. ۴-

۶. کدامیک از توابع زیر وارون پذیر است؟

الف.  $g: R \rightarrow R$   
 $g(x) = x^2 + 1$       ب.

الف.  $f: R \rightarrow R$   
 $f(x) = 3x + 2$       الف.

ج.  $t: R \rightarrow R$   
 $t(x) = \sin x$       د.

ج.  $h: R \rightarrow R$   
 $h(x) = |x| + 1$       ج.

۷. مقدار  $\Delta y - dy$  برای تابع  $y = x^2$  از نقطه  $x = 2$  و با فرض  $\Delta x = dx = 1$  برابر است با:

- الف. ۴      ب. ۲      ج. ۰      د. ۱

۸. هرگاه  $x = t^2 + 3t$  ,  $y = -t^2 + 1$  برای  $t = 1$  ،  $\frac{dy}{dx}$  برابر است با:

- الف.  $\frac{5}{2}$       ب.  $\frac{2}{5}$       ج.  $\frac{-3}{10}$       د.  $-\frac{2}{5}$

۹. شیب خط مماس بر منحنی  $x^2y + 3xy^2 + y + 1 = 0$  در نقطه  $\theta(0, -1)$  برابر است با:

- الف. ۱      ب. ۲      ج. -۳      د. ۳

۱۰. هرگاه  $f(x) = \frac{1}{x+2}$  ، مشتق مرتبه  $n$  ام آن برابر است با:

- الف.  $y^{(n)} = (-1)^n (n-1)! (x+1)^{-(n+1)}$       ب.  $y^{(n)} = (-1)^n n! (x+1)^{-n}$   
 ج.  $y^{(n)} = (-1)^n n! (x+1)^n$       د.  $y^{(n)} = (-1)^n n! (x+1)^{-(n+1)}$

۱۱. تابع  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- الف. ۱      ب. ۲      ج. ۳      د. نقطه بحرانی ندارد.

۱۲.  $\int \frac{\ln x}{x} dx$  برابر است با:

- الف.  $\frac{1}{2} \ln^2 x + c$       ب.  $\ln^2 x + c$       ج.  $\frac{1}{\ln x} + c$       د.  $x \ln x + c$

۱۳.  $\int_1^e |x| dx$  برابر است با:

- الف. ۱      ب.  $\frac{1}{2}$       ج.  $\frac{3}{2}$       د.  $\frac{5}{2}$

۱۴.  $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$  برابر است با:

- الف.  $tg^{-1} e^x + c$       ب.  $\cot g^{-1} e^x + c$       ج.  $\frac{1}{2} \ln(1+e^{2x}) + c$       د.  $\ln(1+e^x) + c$

۱۵. هرگاه  $y = \int_0^x \sin e^t dt$ . آنگاه  $y'$  برابر است با:

د.  $x \sin e^x$

ج.  $x \cos e^x$

ب.  $\sin e^x$

الف.  $\cos e^x$

۱۶.  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$  برابر است با:

د.  $2\pi$

ج.  $\frac{3\pi}{2}$

ب.  $\pi$

الف.  $\frac{\pi}{2}$

۱۷. هرگاه  $Z = 1 + i$  آنگاه  $Z^{12}$  برابر است با:

د.  $-64$

ج.  $64$

ب.  $-64i$

الف.  $64i$

۱۸. کدامیک از انتگرال‌های زیر نشان دهنده طول منحنی  $y = x^{\frac{3}{2}}$  در فاصله  $x = 0$  تا  $x = 8$  است؟

د.  $\int_0^8 \sqrt{9+4x} dx$

ج.  $\int_0^8 \sqrt{4+9x} dx$

ب.  $2 \int_0^8 \sqrt{4+9x} dx$

الف.  $\frac{1}{2} \int_0^8 \sqrt{4+9x} dx$

۱۹. حد دنباله  $\{a_n\}$  با جمله عمومی  $a_n = \frac{Lnn}{n}$  برابر است با:

د.  $1$

ج.  $0$

ب.  $-\infty$

الف.  $+\infty$

۲۰. کدامیک از سریهای زیر همگرا است؟

د.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$

ب.  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$