

امام علی (ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام یک از دنباله‌های زیر به صفر میل نمی‌کند؟

ب.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$

الف.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

د.  $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}, \dots$

ج.  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \dots, (-1)^{n+1} \frac{1}{2^n}, \dots$

۲. حد دنباله  $\{n \sin \frac{1}{n}\}$  برابر است با:

د.  $\infty$

ج.  $-1$

ب.  $1$

الف.  $n$

۳. کدام حکم زیر نادرست است؟

الف. سری  $\sum a_k$  واگرا است اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} |\frac{a_{n+1}}{a_n}| > 1$

ب. هر سری همگرا، همگرای مطلق است

ج. سری  $\sum \frac{1}{n}$  واگرا است

د. اگر به ازای هر  $n$   $a_{n+1} \leq a_n$  ،  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  آنگاه  $\sum (-1)^{k-1} a_k$  همگرا است

۴. کدام گزینه در مورد سری  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^k \ln n}$  درست است؟

ب. به ازای  $k > 1$  همگرا است.

الف. به ازای هر  $k$  همگرا است.

د. به ازای هر  $k$  واگرا است.

ج. به ازای هر  $k > 1$  واگرا است.

۵. بازه همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$  برابر است با:

- الف.  $[-1, 1]$       ب.  $[-1, 1)$       ج.  $[-1, 1]$       د.  $(-1, 1)$

۶. بازه همگرایی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  برابر است با:

- الف.  $[0, 0] = \{0\}$       ب.  $(-\infty, +\infty)$       ج.  $(-\infty, 0)$       د.  $(0, +\infty)$

۷. فاصله نقطه  $(2, 0, -1)$  تا صفحه  $3x - 2y + 4z = -1$  برابر است با:

- الف.  $\sqrt{5}$       ب.  $\frac{-1}{\sqrt{77}}$       ج.  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{77}}$       د.  $\frac{\sqrt{77}}{77}$

۸. نقطه تلاقی خط گذرنده از مبدأ و موازی با بردار  $(1, 1, 2)$  با صفحه  $x + y + 2z = 5$  عبارت است از:

- الف.  $(1, 1, \frac{3}{2})$       ب.  $(0, 1, 2)$       ج.  $(\frac{5}{6}, \frac{5}{6}, \frac{5}{3})$       د.  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$

۹. تصویر بردار  $\vec{b} = (2, -3, 1)$  در جهت بردار  $\vec{a} = (3, -1, -2)$  برابر است با:

- الف.  $(\frac{12}{7}, \frac{-4}{7}, \frac{8}{7})$       ب.  $(\frac{3}{2}, \frac{-1}{2}, -1)$

- ج.  $(\frac{21}{\sqrt{14}}, \frac{-7}{\sqrt{14}}, \frac{-14}{\sqrt{14}})$       د.  $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 1)$

۱۰. نقطه تلاقی دو خط  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-4} = 5-z$  ,  $4-x = \frac{y+1}{6} = z-4$  برابر است با:

- الف.  $(5, 7, 3)$       ب.  $(0, 0, 1)$       ج.  $(5, -7, 3)$       د.  $(0, 0, 0)$

۱۱. مقادیر ویژه حقیقی  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$  عبارت اند از:

د. مقدار ویژه حقیقی ندارد

ج. ۳, ۳

ب. ۲, ۲

الف. ۳, ۲

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

۱۲. ماتریس نمایشگر تبدیل خطی:  $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x + z \\ 2y + z \end{bmatrix}$  کدام است؟

ب.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

۱۳. هر گاه  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  یک ماتریس متعامد باشد آن گاه  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$  برابر است با:

د. ۰

ج. ۱

ب.  $d^2$

الف.  $c^2$

۱۴. خمیدگی سهمی  $y = x^2$  در  $x = 1$  برابر است با:

د. ۰

ج. -۲

ب.  $\frac{2}{3}$   
۵<sup>۲</sup>

الف. ۲

۱۵. فرض کنید  $\vec{R}(t) = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$  مؤلفه قائم شتاب به ازای  $t$  کدام است؟

د.  $\frac{4}{1+8t^2}$

ج.  $\sqrt{1+8t^2}$

ب.  $\frac{8t}{\sqrt{1+8t^2}}$

الف.  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{1+8t^2}}$

۱۶. فرض کنید  $f(x, y) = 3x^2 - xy$  مقدار تقریبی  $f(1/98, 1/01)$  با استفاده از  $df$  برابر است با:

د. ۱۰

ج. ۹/۷۶

ب. ۱۰/۲۴

الف. ۰/۲۴

۱۷. اگر  $f(x, y) = x^2 - 4xy + y^3 + 4y$  آن گاه کدام گزینه درست است؟

الف.  $f$  در  $(2, 4)$  مینیمم نسبی و در  $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$  ماکسیمم نسبی دارد.

ب.  $f$  در  $(4, 2)$  مینیمم نسبی و در  $(\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$  نقطه زین اسبی دارد.

ج.  $f$  ماکسیمم نسبی یا مینیمم نسبی ندارد.

د. نقاط فوق نقاط بحرانی تابع نیستند.

۱۸. کدام یک از بردارهای زیر در  $(1, 0)$  بر نمودار  $x^2 - xy + 3y^2 = 1$  قائم است؟

د.  $3\vec{i}$

ج.  $-7\vec{j}$

ب.  $\vec{i}$

الف.  $3\vec{i} - 7\vec{j}$

۱۹. مقدار  $\int_0^2 \int_y^{2y} x dx dy$  برابر است با:

د. ۴

ج. ۲

ب.  $\frac{8}{3}$

الف. ۰

۲۰. مقدار  $\int_{-a}^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} dy dx$  برابر است با:

الف.  $2\pi a^2$

ب.  $\frac{\pi a^2}{4}$

ج.  $\pi a^2$

د.  $\frac{\pi a^2}{2}$

### سؤالات تشریحی

(بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد)

۱. انتگرال زیر را بدست آورید.

$$\int_0^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \sin \pi x^3 dx dy = ?$$

۲. فرض کنید  $0 = 5 - 4yz + z^3 - xy^2 + x^2z^2$  عبارتهای  $\frac{\partial z}{\partial y}$ ،  $\frac{\partial z}{\partial x}$  را بدست آورید.

۳. بردارهای مماس و نرمال بر منحنی  $\vec{R}(t) = \frac{t^2}{2} \vec{i} + \frac{t^3}{3} \vec{j}$  را بدست آورید.

۴. سری مک لورن تابع  $\sin x$  را بدست آورید.

۵. نشان دهید که سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$  همگرای مطلق است.