

امام علی (ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانشها و خردهاست؛ نه به ثروتها و تبارها.

۱. مکان هندسی نقاطی که در رابطه $\left| \frac{z-1}{z-2} \right| = \sqrt{2}$ صدق می کند، کدام است؟

الف. دایره

ب. بیضی

ج. هذلولی

د. نقطه

۲. تصویر ناحیه $y = x$ تحت نگاشت $w = iz^2$ کدام است؟

$$\begin{cases} u = 1 \\ v = 1 \end{cases} \text{ د.}$$

$$\begin{cases} u \leq 0 \\ v = 0 \end{cases} \text{ ج.}$$

$$\begin{cases} u = 0 \\ v \geq 0 \end{cases} \text{ ب.}$$

$$\begin{cases} u \geq 0 \\ v = 0 \end{cases} \text{ الف.}$$

۳. در مورد تابع $f(z) = z \operatorname{Re} z$ در صفحه مختلط کدام گزینه صحیح است؟
الف. مشتق پذیر نیست.

ب. فقط در $Z = 0$ مشتق پذیر است.

ج. فقط در نیم صفحه فوقانی مشتق پذیر است.

د. معادلات کشی ریمان بر قرار است ولی در $Z = 0$ مشتق پذیر نیست.

۴. کدام گزینه غلط است؟

الف. $f(z) = \bar{z}$ هیچ جا تحلیلی نیست

ب. $f(z) = z|z|$ در $z = 0$ تحلیلی است

ج. $f(z) = \operatorname{Arg} z$ روی قسمت منفی محور حقیقی حد ندارد د. $f(z) = \exp(\bar{z})$ تحلیلی نیست

۵. حاصل $\oint_C \frac{\cosh z}{z^2 - 2z} dz$ که در آن C مرز دایره $|z| = 1$ ، برابر است با:

د. $-2\pi i$

ج. $2\pi i$

ب. $-\pi i$

الف. πi

۶. حاصل $\int_0^{2\pi} \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + 2e^{i\theta}\right) d\theta$ کدام است؟

- الف. صفر
ب. $\frac{\pi}{2}$
ج. $\frac{\pi}{4}$
د. π

۷. با استفاده از کدام قضیه نشان داده می شود که یک معادله از درجه n دقیقاً n ریشه دارد؟

- الف. قضیه کوشی
ب. قضیه مورآ
ج. قضیه لیوویل
د. قضیه گوس

۸. انتگرال $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{13 + 12\cos\theta}$ برابر با کدام انتگرال است؟

الف. $i \int_{|z|=1} \frac{dz}{6z^2 + 13z + 4}$
ب. $\frac{1}{i} \int_{|z|=1} \frac{dz}{6z^2 + 13z - 4}$

ج. $i \int_{|z|=1} \frac{dz}{6z^2 + 13z - 6}$
د. $\frac{1}{i} \int_{|z|=1} \frac{dz}{6z^2 + 13z + 6}$

۹. مانده تابع $\frac{1}{z(z+2)^3}$ در $z = -2$ برابر است با:

- الف. $\frac{-1}{4}$
ب. $\frac{-1}{8}$
ج. $\frac{1}{4}$
د. $\frac{1}{8}$

۱۰. کدام نگاشت همدیس نیست:

- الف. $w = 2z - 1$
ب. $w = e^z$
ج. $w = z^n$ در $z = 0$
د. نگاشت ژوکوفسکی به جز $z = \pm 1$

۱۱. سری فوریه نمایی تابع $f(x) = x$ که $-\pi < x < \pi$ کدام است؟

ب. $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{ie^{inx}}{2n}$

الف. $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n ie^{inx}}{n}$

د. $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{ie^{inx}}{n}$

ج. $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n e^{inx}}{2n}$

۱۲. اگر سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -k & -\pi < x < 0 \\ k & 0 < x < \pi \end{cases}$ در فاصله $(-\pi, \pi)$ برابر با $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4k}{n\pi} \sin nx$ (فرد) باشد

مجموع $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \dots$ کدام است؟

د. $\frac{-\pi}{2}$

ج. $\frac{\pi}{3}$

ب. $\frac{\pi}{4}$

الف. $\frac{\pi}{2}$

۱۳. هرگاه $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ مقدار ضریب کینوسی انتگرال فوریه تابع f یعنی $A(\alpha)$ کدام است؟

ب. $\frac{-\alpha}{\pi(\alpha^2 + 1)}$

الف. $\frac{\alpha}{\pi(\alpha^2 + 1)}$

د. $\frac{-1}{\pi(\alpha^2 + 1)}$

ج. $\frac{1}{\pi(\alpha^2 + 1)}$

۱۴. تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^x$ کدام است؟

د. وجود ندارد

ج. $\frac{1}{k + i\alpha}$

ب. $\frac{1}{\alpha^2 \sqrt{2\pi}}$

الف. $\frac{-1}{\alpha^2 \sqrt{2\pi}}$

۱۵. اگر تابع f در $(-\infty, +\infty)$ پیوسته و تکه‌ای هموار باشد و به علاوه $f \rightarrow 0$ وقتی که $|x| \rightarrow \infty$ و f, f' مطلقاً

انتگرال‌پذیر باشد و F نماد تبدیل فوریه باشد آنگاه $F\{f\}$ برابر است با:

الف. $\frac{-i}{\alpha} F\{f'\}$ ب. $-i\alpha F\{f'\}$

ج. $i\alpha F\{f'\}$ د. $\frac{i}{\alpha} F\{f'\}$

۱۶. معادله گرمای یک بعدی کدام گزینه است؟

الف. $u_t = c^2 u_{xx}$ ب. $u = c^2 u_{xx}$

ج. $u_{xx} + u_{tt} = 0$ د. $u_{tt} = c^2 u_x$

۱۷. $uu_x + u_{xx} = x^3$ یک معادله... است.

الف. خطی ب. غیر خطی

ج. شبه خطی د. خطی غیر همگن

۱۸. $u_t = ku_{xx}$ یک معادله... است.

الف. بیضوی ب. سهموی ج. هذلولوی د. شبه خطی

۱۹. حاصل انتگرال $\oint_C \frac{e^z}{z(z+1)} dz$ هر گاه C دایره $|z-1| = 3$ ، کدام است؟

الف. $2\pi i(1-e)$ ب. $\pi i(1-e)$

ج. $2\pi i(1-\frac{1}{e})$ د. $\pi i(1-\frac{1}{e})$

۲۰. سه جمله اول سری لوران تابع $\frac{\sin z}{z - \pi}$ حول نقطه تکین $z = \pi$ کدام است؟

ب. $-1 + \frac{(z - \pi)^2}{3!} - \frac{(z - \pi)^4}{5!}$

الف. $1 - \frac{(z - \pi)^2}{3!} + \frac{(z - \pi)^4}{5!}$

د. $-1 + \frac{(z - \pi)^3}{3!} - \frac{(z - \pi)^5}{5!}$

ج. $1 - \frac{(z - \pi)^3}{3!} + \frac{(z - \pi)^5}{5!}$

«سؤالات تشریحی»

۱. نشان دهید تابع $f(z) = \begin{cases} \frac{(1+i)xy}{x^3 + y^3} & z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$ در $z = 0$ مشتق پذیر نیست اما معادلات کشی ریمان در این نقطه برقرار است.

(۲ نمره)

۲. الف. تصویر قطاع $\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg} z \leq \frac{\pi}{2}$ و $|z| < 1$ را تحت نگاشت $w = z^3$ بیابید. (۱ نمره)

ب. قضیه لیوویل را بیان و ثابت کنید. (۲ نمره)

۳. سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ \sin \frac{\pi x}{2} & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ را بیابید و با استفاده از آن ثابت کنید $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \dots = \frac{1}{2}$

(۲ نمره)

۴. مساله زیر را با شرایط داده شده آن حل کنید. (۲ نمره)

$$u_t = u_{xx} + 1 \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0 \quad u(x, 0) = 0$$

۵. انتگرال های زیر را حل کنید. (۲ نمره)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin x}{x-1} dx \quad \text{الف.}$$

$$\text{ب.} \quad \oint_C z e^{\frac{1}{z}} dz \quad \text{که در آن } C \text{ دایره } |z|=1 \text{ می باشد.}$$

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	الف
2	ج
3	د
4	د
5	د
6	د
7	ج
8	د
9	د
10	ج
11	الف
12	د
13	ج
14	د
15	الف
16	الف
17	ج
18	د
19	ج
20	د