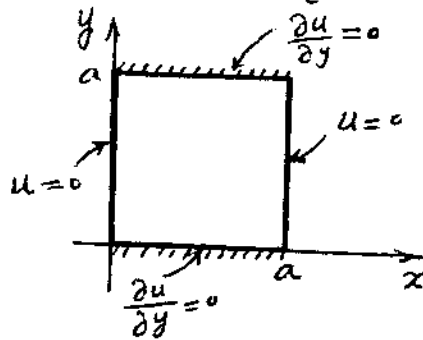


۲۶ - انتگرال فوریه تابع $f(t) = \begin{cases} 1 & -1 < t < 1 \\ 0 & t > 1, t < -1 \end{cases}$ عبارت است از:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega \quad (۲) \qquad \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\omega) \sin(\omega t)}{\omega} d\omega \quad (۱)$$

$$\frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega + \int_0^{\infty} \frac{\cos^2(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega \right] \quad (۴) \qquad \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\infty} \frac{\sin(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega + \int_0^{\infty} \frac{\cos(\omega) \sin(\omega t)}{\omega} d\omega \right] \quad (۳)$$

۲۷ - به دست آوردن پاسخ معادله حرارت $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t} = 0$ روی ناحیه مربعی شکل به ضلع a مورد نظر است. حالت اولیا $u(x, y, 0) = f(x, y)$ فرض می شود. شرایط مرزی عبارت است از:



(I) درجه حرارت روی دو ضلع $x = 0, a$ صفر است.

(II) دو ضلع دیگر، $y = 0, a$ عایق شده است.

شکل کلی پاسخ معادله حرارت روی این ناحیه عبارت است از:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} e^{-\lambda_{mn}^2 t} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{a} y \quad (۲) \qquad \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} e^{-\lambda_{mn}^2 t} \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{a} y \quad (۱)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} e^{-\lambda_{mn}^2 t} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{a} y \quad (۴) \qquad \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} e^{-\lambda_{mn}^2 t} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{a} y \quad (۳)$$

۲۸ - کدام یک از گزینه های زیر می تواند پاسخ معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی (مقدار ثابت α)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, 0) = \cos(x), \quad y(x, 0) = \sin(x), \quad \text{با شرایط کرانهای} \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

باشد:

$$\begin{aligned} \sin(x) \cos(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \sin(x) \sin(\alpha t) & \quad (۲) & \sin(x) \cos(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \cos(x) \sin(\alpha t) & \quad (۱) \\ \frac{1}{\alpha} \cos(x) \sin \alpha t + \frac{1}{\alpha} \cos(x) \cos \alpha t & \quad (۴) & \sin(x) \sin(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \cos(x) \sin(\alpha t) & \quad (۳) \end{aligned}$$

۲۹ - ناحیه قطعی $r \leq 2, -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ را با نداشت $w = z^2$ تبدیل می کنیم. مساحت شکل حاصل از تبدیل در صفحه w برابر است با:

$$\frac{22\pi}{3} \quad (۴) \qquad \frac{17\pi}{3} \quad (۳) \qquad \frac{4\pi}{3} \quad (۲) \qquad \frac{4\pi}{3} \quad (۱)$$

۳۰ - ناحیه همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z+i}{z-i} \right)^n$ در صفحه مختلط کدام است ($i = \sqrt{-1}$) ؟

$$x^2 + (y-i)^2 > 4 \quad (۲) \qquad x^2 + (y-i)^2 < 4 \quad (۱)$$

$$Im(z) < 1 \quad (۳) \qquad Im(z) > 1 \quad (۴)$$

۳۱ - حاصل انتگرال $\oint_C \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2} dz$ در امتداد دایره $|z| = 4$ کدام است ($i = \sqrt{-1}$) ؟

$$\begin{aligned} \frac{i}{\pi^2} & \quad (۲) & \frac{i}{\pi} & \quad (۱) \\ \frac{\pi+i}{4\pi^2} & \quad (۴) & \frac{\pi-i}{4\pi^2} & \quad (۳) \end{aligned}$$

۳۲- فرض کنید تابع مولد احتمال متغیر تصادفی X برابر است با $M_X(t) = e^{t-1}$ ، مطلوبست واریانس X .

- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۳- فرض کنید $0 < x < \theta$ ، $f(x) = \frac{1}{\theta}$ ، به ازای یک نمونه n تایی برآورد گشتاوری θ چیست؟

- (۱) \bar{X} (۲) $\frac{\bar{X}}{2}$ (۳) $2\bar{X}$ (۴) $\frac{2}{\bar{X}}$

۳۴- معمولاً ۵٪ تولیدات کارخانه‌ای معیوب می‌باشد. در یک نمونه ۱۰۰ تایی ضریب تغییرات این جامعه عبارتست از:

- (۱) $\frac{475}{50}$ (۲) $\frac{475}{\sqrt{50}}$ (۳) $\sqrt{\frac{475}{50}}$ (۴) $\frac{\sqrt{475}}{50}$

۳۵- هدف بررسی نسبت بی‌سوادان در یک شهر می‌باشد. چه حجمی از نمونه لازم است تا ۹۵٪ مطمئن باشیم حداکثر خطای برآورد بیشتر از ۵٪ نخواهد شد؟ ($Z_{0.975} = 1.96$)

- (۱) ۳۸۰ (۲) ۳۸۵ (۳) ۲۹۰ (۴) ۴۰۰

۳۶- در کارخانه‌ای سه بخش تولیدی وجود دارد که میزان تولیدات بخش دوم و سوم به ترتیب دو برابر و ۳ برابر بخش اول می‌باشد. همچنین به ترتیب ۴٪، ۵٪ و ۶٪ تولیدات بخش‌ها معیوب هستند. کالایی از تولیدات انتخاب می‌شود، احتمال اینکه معیوب باشد چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{75}$ (۲) $\frac{10}{75}$ (۳) $\frac{65}{75}$ (۴) $\frac{71}{75}$

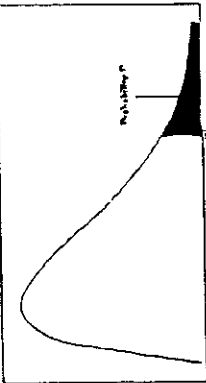
۳۷- فرض کنید چگالی X عبارتست از:

x	۱	۲	۳	۴
$f_{\theta}(x)$	$\frac{1-\theta}{4}$	$\frac{1+\theta}{4}$	$\frac{1-2\theta}{4}$	$\frac{1+2\theta}{4}$

$-\frac{1}{8} < \theta < \frac{1}{8}$

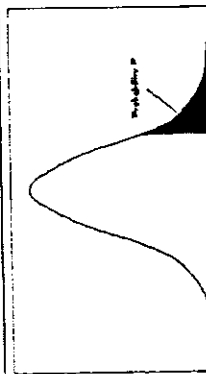
به ازاء نمونه $(x_1, x_2) = (2, 3)$ برآورد حداکثر درست نمایی θ عبارتست از:

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$



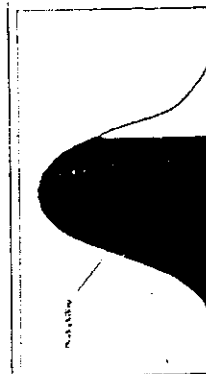
مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

row	.995	.990	.975	.950	.925	.910	.905
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	5.0914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	7.8147	9.3484	11.344	12.830
4	0.206	0.2971	0.4844	9.7107	11.143	13.276	14.866
5	0.411	0.5543	0.8312	11.077	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2190	1.6898	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7324	17.534	20.090	21.934
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.9072	10.282	11.591	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5724	10.982	12.338	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	46.970	50.892	53.671



مغایبہ بحرہ انجمن توحید

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	41.66
2	1.896	2.920	4.303	6.965	9.025
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.719	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



سطح زیر منحني نرمال استناد دارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	5109	5148	5187	5227	5267	5306	5346	5385	5424	5463
0.2	5193	5232	5271	5310	5349	5387	5426	5464	5503	5541
0.3	5179	5217	5255	5293	5331	5368	5406	5443	5480	5517
0.4	5154	5191	5228	5264	5300	5336	5372	5408	5443	5479
0.5	5115	5151	5187	5222	5257	5292	5327	5361	5396	5430
0.6	5072	5107	5142	5176	5210	5244	5278	5311	5345	5378
0.7	5025	5059	5092	5125	5158	5191	5224	5256	5288	5320
0.8	4974	5006	5038	5069	5100	5131	5161	5191	5221	5251
0.9	4919	4949	4979	5008	5037	5066	5095	5124	5152	5181
1.0	4860	4888	4916	4943	4970	4996	5023	5049	5075	5101
1.1	4798	4824	4850	4876	4901	4926	4951	4976	5001	5025
1.2	4733	4758	4782	4806	4830	4854	4878	4901	4925	4948
1.3	4665	4688	4711	4734	4756	4778	4800	4822	4844	4866
1.4	4594	4616	4637	4658	4679	4699	4720	4740	4760	4780
1.5	4520	4541	4561	4581	4601	4621	4641	4660	4679	4698
1.6	4443	4463	4482	4501	4520	4539	4558	4576	4595	4613
1.7	4363	4382	4400	4418	4436	4454	4472	4490	4508	4525
1.8	4280	4297	4314	4331	4348	4364	4381	4397	4414	4430
1.9	4194	4210	4226	4242	4258	4273	4289	4304	4319	4334
2.0	4106	4121	4136	4151	4166	4181	4196	4211	4226	4240
2.1	4016	4030	4045	4059	4073	4087	4101	4115	4129	4143
2.2	3924	3937	3950	3963	3976	3989	4002	4014	4027	4039
2.3	3830	3842	3854	3866	3878	3889	3901	3912	3924	3935
2.4	3734	3745	3756	3767	3777	3788	3798	3808	3818	3828
2.5	3636	3646	3656	3666	3676	3686	3695	3705	3714	3724
2.6	3536	3545	3554	3563	3572	3581	3590	3599	3608	3616
2.7	3434	3442	3450	3458	3466	3474	3482	3490	3498	3506
2.8	3330	3337	3344	3351	3358	3364	3371	3378	3384	3391
2.9	3224	3230	3236	3242	3248	3254	3259	3265	3271	3276
3.0	3116	3121	3126	3132	3137	3142	3147	3152	3157	3162
3.1	3006	3010	3014	3019	3023	3027	3031	3035	3039	3043
3.2	2894	2897	2900	2903	2906	2909	2912	2915	2918	2921
3.3	2780	2782	2784	2786	2788	2790	2792	2794	2796	2798
3.4	2664	2665	2666	2667	2668	2669	2670	2671	2672	2673

۳۸- تابع $y = f(x)$ در ۶ نقطه در جدول زیر مشخص گردیده است

x	۰	۰/۵	۱	۲	۳	۳/۵
y	۰	۰/۲۵	۱	۴	۹	۱۲/۲۵

انتگرال $I = \int_0^{3/5} f(x) dx$ را با روش سیمپسون یا دوزنقه محاسبه کنید کدام جواب زیر دقیق‌تر می‌باشد.

$$I = ۱۴/۴۶۶۵۶ \quad (۲)$$

$$I = ۱۴/۳۱۲۵ \quad (۱)$$

$$I = ۱۴/۴۱۵۶ \quad (۴)$$

$$I = ۱۴/۳۹۳۶ \quad (۳)$$

۳۹- معادله زیر را در نظر می‌گیریم. $۲x^2 + ۴x^2 - ۲x - ۵ = ۰$ این معادله در فاصله $[۱, ۲]$ دارای حداقل یک جواب است. اگر روش تکراری

نیوتن را مورد استفاده قرار دهیم، کدام جواب زیر به جواب ۵ رقم با معنی صحیح نزدیک‌تر است.

$$x = ۱/۱۹۴۳ \quad (۲)$$

$$x = ۱/۳۹۵۰ \quad (۱)$$

$$x = ۱/۲۷۳۶ \quad (۴)$$

$$x = ۱/۰۸۳۳ \quad (۳)$$

۴۰- معادله دیفرانسیل زیر با شرط اولیه برای آن که داده شده است

$$\frac{dy}{dx} = x + y + xy \quad \left| \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{array} \right.$$

با انتخاب $h = ۰/۱$ جواب معادله را در $x_1 = ۰/۱$ از روش رانگ - کوتای مرتبه دوم به دست آورید (Runge - Kutta) کدام جواب زیر به ۵

رقم با معنی صحیح نزدیک‌تر است؟

$$\begin{array}{l} x_1 = ۰, ۱ \\ y_1 = ۱/۱۱۵۵ \end{array} \quad (۲)$$

$$\begin{array}{l} x_1 = ۰, ۱ \\ y_1 = ۱/۰۱۱۲ \end{array} \quad (۱)$$

$$\begin{array}{l} x_1 = ۰, ۱ \\ y_1 = ۱/۱۳۶۲ \end{array} \quad (۴)$$

$$\begin{array}{l} x_1 = ۰, ۱ \\ y_1 = ۱/۱۳۴۱ \end{array} \quad (۳)$$

۴۱- جدول زیر نظیر به تابع $y = a + bx + cx^2$ می‌باشد،

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۱۱/۱	۶/۱	۳	۲/۱	۳/۱

با استفاده از روش حداقل مربعات *leastsquare* مناسب‌ترین مقادیر a و b و c را محاسبه کنید.

$$a = ۳/۰۹۵$$

$$a = ۳/۲۴۱$$

$$b = -۲/۱۲۶ \quad (۲)$$

$$b = -۲/۰۶۵ \quad (۱)$$

$$c = ۱/۱۳۵$$

$$c = ۱/۰۹۸$$

$$a = ۳/۰۵۲$$

$$a = ۳/۱۲۱$$

$$b = -۲ \quad (۴)$$

$$b = -۲/۱۳۲ \quad (۳)$$

$$c = ۱/۰۱۴$$

$$c = ۱/۱۲۴$$